

حقیقی اعداد Real Numbers

یونٹ

1

حل مشق 1.1

سوال 1: درج ذیل میں سے ہر ایک کی بطور ناطق یا غیر ناطق اعداد نشان دی کریں۔

(i) 2.353535

حل: 2.353535 ایک متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(ii) $0.\overline{6}$

حل: $0.\overline{6} = 0.666\ldots$ ایک متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(iii) 2.236067...

حل: 2.236067... ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(iv) $\sqrt{7}$

حل: $\sqrt{7} = 2.6457\ldots$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(v) e

حل: $e = 2.7182818284\ldots$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(vi) π

حل: $\pi = 3.141592653\ldots$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

خود آزمائی!

○ دو غیر ناطق اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟

حل: دو غیر ناطق اعداد کا حاصل ضرب ناطق عدد بھی ہو سکتا ہے اور غیر ناطق عدد بھی۔ مثلاً

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \quad (\text{غیر ناطق})$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5 \quad (\text{ناطق}) \quad \text{اور}$$

(vii) $5 + \sqrt{11}$

حل: $5 + \sqrt{11} = 8.31662479\ldots$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(viii) $\sqrt{3} + \sqrt{13}$

حل: $\sqrt{3} + \sqrt{13} = 5.33760208\ldots$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(ix) $\frac{15}{4}$

حل: $\frac{15}{4} = 3.75$ ایک مختتم کسر اعشاریہ ہے، لہذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(x) $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$

$$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = (2)^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$= 4 - 2 = 2$$

حل:

لہذا دیا گیا عدد ایک ناطق عدد ہے۔

سوال 2: درج ذیل اعداد کو نمبر لائن پر ظاہر کریں۔

(i) $\sqrt{2}$

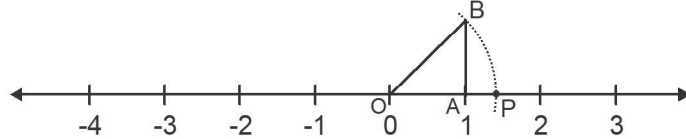
حل: $\sqrt{2}$ کو نمبر لائن پر بذریعہ جیومیٹری کی بناوٹ کے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ $\sqrt{2} = 1.414...$ جو کہ 1 کے قریب ہے۔ نقطہ A پر $m\overline{AB} = 1$ کا خط کھینچیں، جبکہ $m\overline{OA} = 1$ جس سے ہمیں ایک قائمہ زاویہ مثلث OAB حاصل ہوگئی۔ مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$m(\overline{OB})^2 = m(\overline{OA})^2 + m(\overline{AB})^2$$

$$= (1)^2 + (1)^2 = 2 \Rightarrow m\overline{OB} = \sqrt{2}$$

O کو مرکز مان کر $m\overline{OB} = \sqrt{2}$ داس کی ایک قوس لگائیں جس سے ہمیں نقطہ "P" حاصل ہو گیا۔ لہذا

$$|OP| = \sqrt{2}$$



(ii) $\sqrt{3}$

حل: $\sqrt{3}$ کو نمبر لائن پر بذریعہ جیومیٹری کی بناوٹ کے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ $\sqrt{3} = 1.732...$ جو کہ 2 کے قریب ہے۔ نمبر لائن درج ذیل طریقے سے بچھی جاسکتی ہے۔

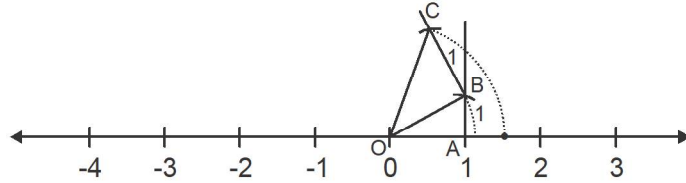
$$m(\overline{OB})^2 = m(\overline{OA})^2 + m(\overline{AB})^2$$

$$= (1)^2 + (1)^2 = \sqrt{2}$$

$$m(\overline{OC})^2 = m(\overline{OB})^2 + m(\overline{BC})^2$$

$$= (\sqrt{2})^2 + (1)^2 = 3 \Rightarrow m\overline{OC} = \sqrt{3}$$

اب



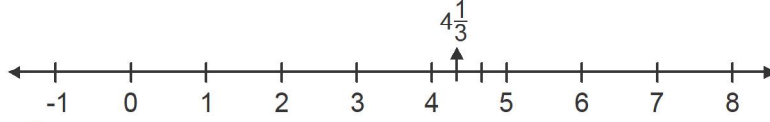
(iii) $4\frac{1}{3}$

$$4\frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3}$$

حل:

ناطق عدد $4\frac{1}{3}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے، 4 اور 5 کے درمیان فاصلے کو 3 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں

طرف سے پہلا حصہ لے لیں۔

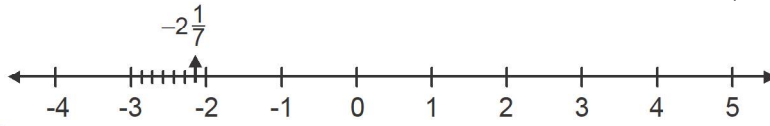


(iv) $-2\frac{1}{7}$

$$-2\frac{1}{7} = -\left(2 + \frac{1}{7}\right)$$

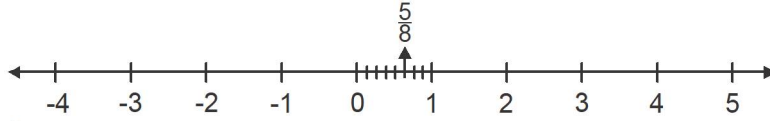
حل:

ناطق عدد $-2\frac{1}{7}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے -2 اور -3 کے درمیان فاصلے کو 7 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ بائیں طرف سے پہلا حصہ لے لیں۔



(v) $\frac{5}{8}$

ناطق عدد $\frac{5}{8}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 0 اور 1 کے درمیان فاصلے کو 8 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے پانچواں حصہ لے لیں۔

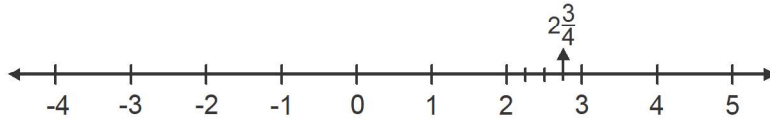


(vi) $2\frac{3}{4}$

$$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$$

حل:

ناطق عدد $2\frac{3}{4}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 2 اور 3 کے درمیان فاصلے کو 4 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے تیسرا حصہ لے لیں۔



سوال 3: درج ذیل کو ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کریں جب کہ p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ ۔

(i) $0.\overline{4}$

$$x = 0.\overline{4}$$

$$= 0.444444....$$

.... (i)

حل: فرض کریں۔

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$$10x = 10 (0.444444....)$$

$$10x = 4.44444.... \quad \dots (ii)$$

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$$10x - x = (4.4444....) - (0.4444....)$$

$$9x = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{9}$$

جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

(ii) $0.\overline{37}$

$$x = 0.\overline{37}$$

$$= 0.373737....$$

.... (i)

حل: فرض کریں۔

دونوں طرف 100 سے ضرب دینے سے

$$100x = 100(0.373737....)$$

$$100x = 37.3737....$$

.... (ii)

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$$100x - x = (37.3737....) - (0.373737....)$$

$$99x = 37$$

$$\Rightarrow x = \frac{37}{99}$$

جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

(iii) $0.\overline{21}$

$$x = 0.\overline{21}$$

$$= 0.212121....$$

.... (ii)

حل: فرض کریں۔

دونوں طرف 100 سے ضرب دینے سے

$$100x = 100(0.212121....)$$

$$100x = 21.2121....$$

.... (ii)

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$$100x - x = (21.2121....) - (0.2121....)$$

$$99x = 21$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{99}$$

جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

سوال 4: درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام لکھیں۔

(i) $(a + 4) + b = a + (4 + b)$

جواب: خاصیتِ تلازم بلحاظ جمع۔

(ii) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

جواب: خاصیتِ مبادلہ بلحاظ جمع۔

(iii) $x - x = 0$

جواب: جمعی معکوس کی خاصیت۔

(iv) $a(b + c) = ab + ac$

جواب: بانس تقسیمی خاصیت

(v) $16 + 0 = 16$

جواب: جمعی ذاتی عنصر کی خاصیت

(vi) $100 \times 1 = 100$

جواب: ضربی ذاتی عنصر کی خاصیت۔

(vii) $4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8$

جواب: خاصیت تلازم بلحاظ ضرب

(viii) $ab = ba$

جواب: خاصیت مبادلہ بلحاظ ضرب۔

سوال 5: درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت لکھیں۔

(i) $-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2$

جواب: جمعی خاصیت۔

(ii) اگر $a < b$ ہو تو $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

جواب: غیر مساوات کی معکوسی خاصیت۔

(iii) اگر $a < b$ ہو تو $a + c < b + c$

جواب: غیر مساوات کی جمعی خاصیت۔

(iv) اگر $a < b$ اور $c < 0$ ہو تو $ac < bc$

جواب: غیر مساواتوں کی ضربی خاصیت

(v) اگر $a < b$ اور $c > 0$ ہو تو $ac < bc$

جواب: غیر مساواتوں کی ضربی خاصیت

(vi) یا تو $a > b$ یا $a = b$ یا $a < b$

جواب: ثلاثی خاصیت۔

سوال 6: ان اعداد کے درمیان دو ناطق اعداد لکھیں۔

(i) $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$

حل: $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$ کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔ اس کے لیے $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$

کا اوسط معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} &= \frac{4+3}{12} \\ &= \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{24} \end{aligned}$$

لہذا، $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$ کے درمیان $\frac{7}{24}$ ایک ناطق عدد ہے۔ $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$ کے درمیان ایک اور ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے

ہم $\frac{1}{4}$ اور $\frac{7}{24}$ کا اوسط معلوم کریں گے۔

$$\frac{\frac{7}{24} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{7+6}{24}}{2} = \frac{\frac{13}{24}}{2} = \frac{13}{48}$$

یعنی؛

پس، $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان $\frac{7}{24}$ اور $\frac{13}{48}$ ناطق اعداد ہیں۔

(ii) 3 اور 4

حل: 3 اور 4 کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔ اس کے لیے 3 اور 4 کا اوسط معلوم کریں۔ چونکہ $\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$ ہے۔ لہذا، 3 اور 4 کے درمیان $\frac{7}{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔ 3 اور 4 کے درمیان دوسرا ناطق عدد

$$\frac{\frac{7}{2} + 4}{2} = \frac{\frac{7+8}{2}}{2} = \frac{15}{4}$$

معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ $\frac{7}{2}$ اور 4 کا اوسط معلوم کریں گے۔ یعنی؛

پس، 3 اور 4 کے درمیان دو ناطق اعداد $\frac{7}{2}$ اور $\frac{15}{4}$ ہیں۔

(iii) $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$

حل: $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔ اس کے لیے $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ کا اوسط معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{2} &= \frac{\frac{3+4}{5}}{2} \\ &= \frac{\frac{7}{5}}{2} = \frac{7}{10} \end{aligned}$$

لہذا، $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان $\frac{7}{10}$ ایک ناطق عدد ہے۔ $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان دوسرا ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ $\frac{4}{5}$ اور $\frac{7}{10}$ کا اوسط معلوم کریں گے۔

$$\frac{\frac{7}{10} + \frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{7+8}{10}}{2} = \frac{\frac{15}{10}}{2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

یعنی؛

پس، $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان دو ناطق اعداد $\frac{7}{10}$ اور $\frac{3}{4}$ ہیں۔

☆☆☆☆☆