Unit 12 (All Exercises)

Exercise 12.1

فرض کیا

class interval جماعتی وقفہ	frequency تعدد
6 — 10	3
11 — 15	6

جماعتی وقفے 10–6 میں دو جماعتی حدود (class limits) ہیں 6 زیریں جماعتی حد (lower class limit) اور 10 بالائی جماعتی حد (upper class limit) کہلاتی ہے۔

اسی طرح اگر حقیقی جماعتی حدود (class boundries) نکالنی ہوں تو زیریں حد (lower limit) میں سے 0.5 تفریق کرتے ہیں اور بالائی حد (upper limit) میں 0.5 جمع کرتے ہیں 5.5 — 10.5

درمیانی نقطہ (Mid point) نکالنے کے لیے زیریں اور بالائی حد کو جمع کرکے 2 پر تقسیم کرتے ہیں مثلاً $\frac{6+10}{2}$ یعنی 8 درمیانی نقطہ ہے اسے x سے ظاہر کرتے ہیں۔ جماعتی وقفے کا سائز یا جسامت کو h سے ظاہر کرتے ہیں 10–6 کا سائز 5 ہے۔

QNo:1

کیمسٹری کے طلبا نے لیبارٹری میں درج ذیل نمبر حاصل کیے

scores نمبرز	24-28	29-33	34-38	39-43	44-48	49-53	Total کل
طلبا کی تعداد	3	6	12	23	15	6	65

i) upper limit of last class آخری جماعت کی بالائی حد

آخری جماعت 53–49 ہے اور اس کی بالائی حد 53 ہے

ii) Lower limit of (39 – 43) زیریں جماعتی حد

جماعتی وقفہ 43 – 39 میں زیریں حد (lower limit) 39 ہے

iii) Mid-point of (34 – 38) جماعتی حد کا درمیانی نقطہ

$$x = \frac{34+38}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

iv) Class frequencies of 29-33 & 44 – 48 جماعتی تعدد

33–29 کا جماعتی تعدد 6 اور 48–44 کا 15 ہے

v) (size of class limits) جماعتی حدود کی جسامت

24 – 28 جسامت = 5 ; 29 — 33 جسامت = 5
34 – 38 " — " ; 39 — 43 — " —
44 – 48 — " — ; 49 — 53 — " —

vi) Class minimum students گروہ جس میں طلبا سب سے کم ہیں

کلاس یا گروہ (28–24) میں سب سے کم طلبا '3' ہیں۔

vii) frequency جس کا جماعتی تعدد 15 ہے۔ کلاس کی زیریں حد (lower limit)

کلاس (48–44) میں جماعتی تعدد 15 ہے اس کی زیریں حد 44 ہے

viii) Students scores b/w 24 & 43 طلبا کی تعداد جن کے نمبرز 24 اور 43 کے درمیان ہیں۔

Students طلبا کی تعداد = 3 + 6 + 12 + 23
= 44

QNo: 2

سکول کے سٹاف کے لیے کرسیوں کی مرمت پر اخراجات

145, 152, 153, 156, 158, 160, 146, 152, 155, 159,
161, 163, 165, 147, 148, 151, 154, 156, 158, 160,
144, 167, 151, 150, 152, 149, 145, 153, 152, 155

جماعتوں کی تعداد 8 لے کر ٹیلی نشان Tally mark سے جدول بنائیں

سب سے چھوٹی حد = 144 ; سب سے بڑی حد = 167 ; سائز = 3

Class limits جماعتی حدود	Tally marks ٹیلی نشان	f تعددات
144 — 146	////	4
147 — 149	///	3
150 — 152	~~////~~ //	7
153 — 155	~~////~~	5
156 — 158	////	4
159 — 161	////	4
162 — 164	/	1
165 — 167	//	2
Total ٹوٹل =		$\Sigma f = 30$

آخری 3 جماعتوں کے تعددات

159–161 ; 162 — 164 ; 165 — 167
4 1 2

QNo:3

ہائی سکول کے 30 طلبا کے اوزان دیے گئے ہیں

30, 33, 24, 21, 15, 39, 37, 44, 42, 33, 33, 28, 29, 32,
31, 28, 26, 32, 34, 35, 38, 36, 41, 30, 35, 41, 23, 26, 18, 34

جماعتی وقفے کا سائز 5 لیں جدول بنائیں اور تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

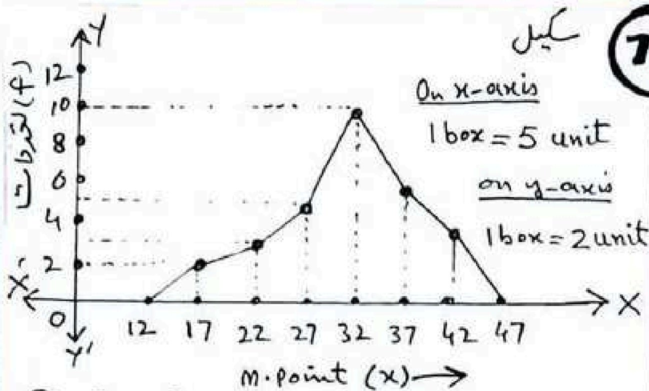
سب سے چھوٹی حد = 15 ; سب سے بڑی حد = 44 ; سائز = 5

Class interval جماعتی حدود	Tally marks ٹیلی نشان	f تعددات	M.P درمیانی نقطہ
15 — 19	//	$\frac{15+19}{2} = 17$	2
20 — 24	///	22	3
25 — 29	~~////~~	27	5
30 — 34	~~////~~ ~~////~~	32	10
35 — 39	~~////~~ /	37	6
40 — 44	////	42	4

Total ٹوٹل = $\Sigma f = 30$

16/07/25

CamScanner



سکیل

On x-axis
1 box = 5 unit

on y-axis
1 box = 2 unit

QNo:4

دسویں جماعت کے طلبہ نے انگریزی میں نمبر حاصل کیے

58, 59, 58, 33, 40, 58, 45, 46, 43, 45, 45, 50, 52
49, 50, 57, 52, 55, 49, 50, 62, 49, 48, 44, 42, 47,
46, 47, 46, 53, 40, 44

جماعتوں کی تعداد 5 اور سائز 6 لے کر تعددی تقسیم کا ٹیبل بنائیں اور کم تعدد والی جماعتی حدود اور کالمی نقشہ بنائیں

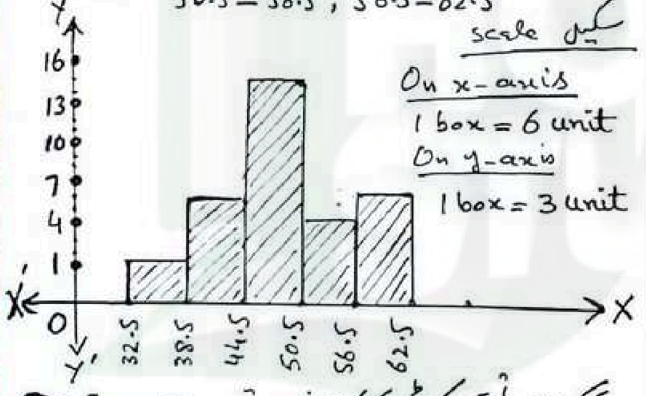
سب سے چھوٹی مد = 33 , سب سے بڑی مد = 62 , سائز = 6

Class limit جماعتی حدود	Tally mark ٹیلی نشان		(f) تعددات
33 — 38	/	(32.5 - 38.5)	1
39 — 44	卌 /	(38.5 - 44.5)	6
45 — 50	卌 卌 卌	(44.5 - 50.5)	15
51 — 56	////	(50.5 - 56.5)	4
57 — 62	卌 /	(56.5 - 62.5)	6

Total ٹوٹل = $\Sigma f = 30$

سب سے کم تعدد والی جماعتی حد = 33—38

حقیقی جماعتی حدود 32.5—38.5, 38.5—44.5, 44.5—50.5, 50.5—56.5, 56.5—62.5



scale سکیل

On x-axis
1 box = 6 unit
On y-axis
1 box = 3 unit

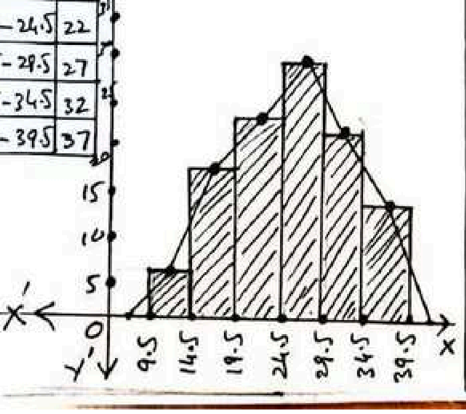
QNo:5

دیے گئے تعددی تقسیم کے ٹیبل کو کالمی نقشہ پر تعددی کثیرالاضلاع بنائیں

weight وزن	(f) تعددات	C.B حقیقی جماعتی حدود	درمیانی نقطہ
10–14	6	9.5–14.5	12
15–19	17	14.5–19.5	17
20–24	23	19.5–24.5	22
25–29	30	24.5–29.5	27
30–34	22	29.5–34.5	32
35–39	13	34.5–39.5	37

scale

On x-axis 1 box = 5 unit
On y-axis 1 box = 5 unit



QNo:6

5 سکوں کو اچھالنے سے 50 سیٹوں کے ایک تجربے میں ہیڈز کی تعداد دیے گئے ہیں غیر مسلسل تعددی تقسیم کا (discrete) ٹیبل بنائیں

3, 3, 4, 0, 5, 4, 3, 3, 1, 2, 4, 5, 0, 3, 2, 4, 4, 0, 0, 0, 5, 5, 3, 2, 1
4, 3, 2, 5, 3, 2, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 3, 2, 2, 4

No of heads ہیڈز کی تعداد	Tally marks ٹیلی نشان	f تعددات
0	卌	5
1	卌 //	7
2	卌 ////	9
3	卌 卌 ////	14
4	卌 ////	9
5	卌 /	6

Total ٹوٹل = $\Sigma f = 50$

QNo:7

دسویں کلاس کے طلبہ کے نمبروں کی جدول کو تعددی تقسیم کے جدول کو بذریعہ کالمی نقشہ ظاہر کریں۔

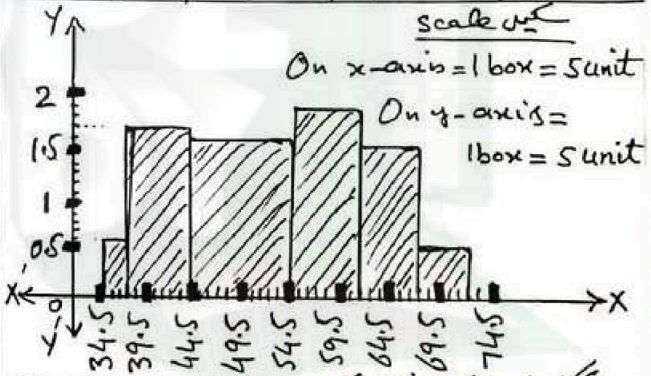
Marks نمبرز	35–37	38–44	45–54	55–61	62–67	68–72
(f) تعددات	2	12	16	13	9	3

یہاں جماعتی حدود کا سائز ایک جیسا نہیں ہے مثلاً 35-37 میں سائز 3 اور 38-44 میں سائز 7 ہے لہٰذا یہاں مطابقت پیدا کرنا ہے

Marks نمبرز	f تعددات	Width of class جماعت کی زخامت	Adjusted f مطابقت تعدد	C.B حقیقی جماعتی حدود
35 — 37	2	3 (37-36.35)	2/3 = 0.67	34.5 — 37.5
38 — 44	12	7	12/7 = 1.71	37.5 — 44.5
45 — 54	16	10	16/10 = 1.6	44.5 — 54.5
55 — 61	13	7	13/7 = 1.86	54.5 — 61.5
62 — 67	9	6	9/6 = 1.5	61.5 — 67.5
68 — 72	3	5	3/5 = 0.6	67.5 — 72.5

scale سکیل

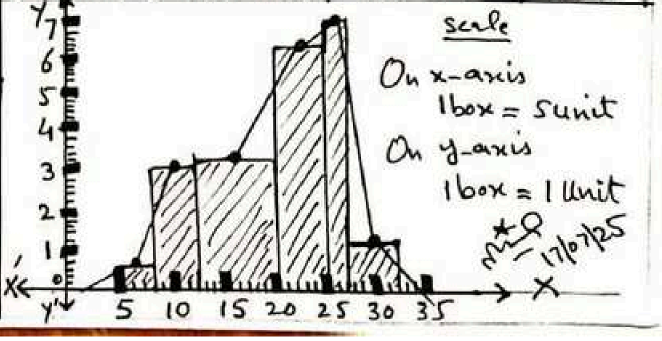
On x-axis = 1 box = 5 unit
On y-axis =
1 box = 5 unit



QNo:8

دیے گئے مواد سے کالمی نقشہ پر کثیرالاضلاع بنائیں

Class limit جماعتی حدود	(f) تعددات	Width of class جماعت کی زخامت	Adjusted f مطابقت تعدد	M.Point درمیانی نقطہ X
5 — 8	2	8 − 5 = 3	2/3 = 0.6	5+8/2 = 6.5
8 — 12	12	12 − 8 = 4	12/4 = 3	10
12 — 20	25	20 − 12 = 8	25/8 = 3.1	16
20 — 25	32	25 − 20 = 5	32/5 = 6.4	22.5
25 — 27	14	27 − 25 = 2	14/2 = 7	26
27 — 32	5	32 − 27 = 5	5/5 = 1	28.5



scale

On x-axis
1 box = 5 unit
On y-axis
1 box = 1 unit

17/07/25

Exercise 12.2

QNo:1 حسابی اوسط (Arithmetic Mean) معلوم کریں

i) 4, 06, 10, 12, 15, 20, 25, 28, 30

(A.M) حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{X} = \frac{4+6+10+12+15+20+25+28+30}{9}$$

$$= \frac{150}{9} = 16.666 = 16.67$$

(ii) 12, 18, 19, 0, −19, −18, −12

(A.M) حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{X} = \frac{12+18+19+0-19-18-12}{7}$$

$$= \frac{0}{7} = 0$$

iii) 6.5, 11, 12.3, 9, 8.1, 16, 18, 20.5, 25

(A.M) حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{X} = \frac{6.5+11+12.3+9+8.1+16+18+20.5+25}{9}$$

$$= \frac{126.4}{9} = 14.04$$

iv) 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22

(A.M) حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{X} = \frac{8+10+12+14+16+20+22}{7}$$

$$= \frac{102}{7} = 14.57$$

QNo:2 12 طلباء کے قد (height) کی وسطانی قدر معلوم کریں

Find Median height.

55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63

ترتیب صعودی (Assending order) دیتے سے

51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63

چونکہ تعداد جفت (even) ہے اس لیے

Median (وسطانیہ) $= \tilde{X} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{observation} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{observation}\right]$

n = 12 $\qquad \tilde{X} = \frac{1}{2}\left[(\frac{n}{2}) \text{ویں قدر} + (\frac{n+2}{2}) \text{ویں قدر}\right]$

$$\tilde{X} = \frac{1}{2}\left(\frac{12}{2} \text{ویں قدر} + \frac{12+2}{2} \text{ویں قدر}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(6 \text{ویں قدر} + 7 \text{ویں قدر}) = \frac{1}{2}(56+57)$$

$$= \frac{1}{2}(113) = 56.5$$

QNo:3 10 مزدوروں کی اجرتیں یہ ہیں

88, 70, 72, 125, 115, 95, 81, 90, 95, 90

i) حسابی اوسط (A.M) ii) وسطانیہ (Median) iii) عادہ (Mode) معلوم کریں

i) (A.M) حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{X} = \frac{88+70+72+125+115+95+81+90+95+90}{10}$$

$$= \frac{921}{10} = 92.1$$

ii) مواد کو ترتیب صعودی (Ascending Order) میں لکھنے سے

70, 72, 81, 88, 90, 90, 95, 95, 115, 125

n = 10 چونکہ تعداد جفت (even) ہے لہذا

وسطانیہ Median $= \tilde{X} = \frac{1}{2}\left[(\frac{n}{2}) \text{ویں قدر} + (\frac{n+2}{2}) \text{ویں قدر}\right]$

$$\tilde{X} = \frac{1}{2}\left((\frac{10}{2}) \text{ویں قدر} + (\frac{10+2}{2}) \text{ویں قدر}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(5 \text{ویں قدر} + 6 \text{ویں قدر})$$

$$= \frac{1}{2}(90+90) = \frac{1}{2}(180) = 90$$

iii) عادہ mode $= 90, 95$ 90 اور 95 دونوں 2،2 بار ہیں لہذا

QNo:4

حاصل کردہ نمبر	15−19	20−24	25−29	30−34	35−39
تعداد (f)	9	18	35	17	5

انگریزی میں حاصل کردہ نمبروں کا حسابی اوسط (براہ راست اور مختصر طریقہ)

A.M by direct & short formula (ii) وسطانیہ معلوم کریں

حاصل کردہ نمبر Marks	تعدادات (f)	درمیانی نقطہ x	fx
15−19	9	17	153
20−24	18	22	396
25−29	35	27	945
30−34	17	32	544
35−39	5	37	185
	Σf=84		Σfx=2223

(براہ راست کلیہ)

$\bar{X} = A.M =$ حسابی اوسط

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{2223}{84}$$

$$= 26.46$$

حاصل کردہ نمبر Marks	تعدادات (f)	درمیانی نقطہ x	D=x−A	fD
15−19	9	17	17−20=−3	−27
20−24	18	22	2	36
25−29	35	27	7	245
30−34	17	32	12	204
35−39	5	37	17	85
	Σf=84			ΣfD=543

مختصر طریقہ Short formula

فرض کیا A = 20

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 20 + \frac{543}{84}$$

$$= 20 + 6.46$$

$$= 26.46$$

حاصل کردہ نمبر Marks	حقیقی جماعتی حدود Class Boundries	تعدادات f	مجموعی تعداد c.f
15−19	14.5 — 19.5	9	9
20−24	19.5 — 24.5	18	27
25−29	24.5 — 29.5	35	62
30−34	29.5 — 34.5	17	79
35−39	34.5 — 39.5	5	84

(ii) وسطانیہ Median

n = 84

Median class وسطانیہ جماعت ← $\left(\frac{n}{2}\right)^{th} = \left(\frac{84}{2}\right)^{th}$

$= 42^{th}$ observations

25−29 میں موجود ہے

$l = 24.5 \quad h = 5$

$f = 35 \quad n = 84 \quad c = 27$

وسطانیہ Median $= \tilde{X} = l + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$

$$\tilde{X} = 24.5 + \frac{5}{35}\left(\frac{84}{2} - 27\right)$$

$$= 24.5 + \frac{1}{7}(42-27)$$

$$= 24.5 + \frac{1}{7}(15)$$

$$= 24.5 + 2.14$$

$$= 26.64$$

CamScanner

QNo:5

5–9	10–14	15–19	20–24	25–29
1	8	18	11	2

عادہ (Mode) معلوم کریں

جماعتی حدود C. interval	حقیقی جماعتی حدود Class Boundries	تعددات f
5–9	4.5 — 9.5	1
10–14	9.5 — 14.5	8
15–19	14.5 — 19.5	18 عادہ کلاس
20–24	19.5 — 24.5	11
25–29	24.5 — 29.5	2

$l = 14.5$

$h = 5$

$f_m = 18$

$f_1 = 8$

$f_2 = 11$

عادہ Mode $= \hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

$\hat{X} = 14.5 + \frac{18-8}{(18-8)+(18-11)} \times 5$

$= 14.5 + \frac{10}{10+7} \times 5 = 14.5 + \frac{10}{17} \times 5$

$= 14.5 + \frac{50}{17} = 14.5 + 2.94$

$= 17.44$

QNo:6

10 لڑکوں کی ہفتہ وار اجرتیں یہ ہیں

4250, 4350, 4400, 4250, 4350, 4410, 4500, 4300, 4500, 4390

اجرتوں کا حسابی اوسط (A.M) مختصر طریقے سے، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں

X	4250	4350	4400	4250	4350	4410	4500	4300	4500	4390
D=X−A	−100	0	50	−100	0	60	150	−50	150	40

فرض کیا $A = 4350$

$\Sigma D = -100+0+50-100+0+60+150-50+150+40$

$= 200$

$n = 10$

$\bar{X} =$ حسابی اوسط $= A + \frac{\Sigma D}{n}$

$= 4350 + \frac{200}{10} = 4350 + 20$

$= 4370$

ii) ترتیب صعودی (Ascending order) میں لکھنے سے

4250, 4250, 4300, 4350, 4350, 4390, 4400, 4410, 4500, 4500

$n = 10$ چونکہ تعداد جفت (even) ہے لہذا

وسطانیہ Median $= \tilde{X} = \frac{1}{2}\left[\text{ویں قدر } \frac{n}{2} + \text{ویں قدر}\left(\frac{n+2}{2}\right)\right]$

$\tilde{X} = \frac{1}{2}\left(\text{ویں قدر}\frac{10}{2} + \text{ویں قدر}\frac{10+2}{2}\right) = \frac{1}{2}(\text{5 ویں قدر + 6 ویں قدر})$

$= \frac{1}{2}(4350+4390) = \frac{1}{2}(8740)$

$= 4370$

iii) عادہ Mode $= \hat{X} = 4250, 4350, 4500$

4250، 4350 اور 4500 تینوں 2،2 بار ہیں

QNo:7

45 مدات کا حسابی اوسط 80 ہے مجموعہ معلوم کریں

مدات کی تعداد $= n = 45$ ؛ حسابی اوسط $= \bar{X} = 80$

مجموعہ $= \Sigma x = ?$

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} \Rightarrow \Sigma x = n \times \bar{X}$

$\Sigma x = 45 \times 80 = 3600$

QNo:8

5 مدات اس طرح ہیں 9، 7، 0، 4، 1۔ ان کا حسابی اوسط $\bar{X}$، وسطانیہ $\tilde{X}$ اور عادہ $\hat{X}$ معلوم کریں

حسابی اوسط (A.M) $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{1+4+0+7+9}{5}$

$\bar{X} = \frac{21}{5} = 4.2$

ترتیب صعودی میں لکھنے سے

0, 1, 4, 7, 9 $\quad n = 5$

چونکہ تعداد طاق (odd) ہے لہذا

وسطانیہ Median $= \tilde{X} =$ ویں قدر $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ $\quad \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ observation

$\tilde{X} =$ ویں قدر $\left(\frac{5+1}{2}\right) =$ ویں قدر $\left(\frac{6}{2}\right) =$ 3 ویں قدر

$= 4$

دیے گئے مواد میں کوئی بھی مد ایک سے زیادہ بار نہیں ہے لہذا

اس مواد کا عادہ نہیں ہے No mode in this data

QNo:9

مواد کی قیمتیں 160، 156، 157، 160، 145، 148 ہیں

$\hat{X} > \tilde{X} > \bar{X}$ ثابت کریں حسابی اوسط < وسطانیہ < عادہ

حسابی اوسط (A.M) $= \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{X} = \frac{148+145+160+157+156+160}{6}$

$= \frac{926}{6} = 154.33$

مواد کو ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں

145, 148, 156, 157, 160, 160

$n = 6$ چونکہ تعداد جفت ہے لہذا

وسطانیہ Median $= \frac{1}{2}\left[\text{ویں قدر}\left(\frac{n}{2}\right) + \text{ویں قدر}\left(\frac{n+2}{2}\right)\right]$

$\tilde{X} = \frac{1}{2}\left[\text{ویں قدر}\left(\frac{6}{2}\right) + \text{ویں قدر}\left(\frac{6+2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}(\text{3 ویں قدر + 4 ویں قدر})$

$= \frac{1}{2}(156+157) = \frac{1}{2}(313)$

$= 156.5$

عادہ mode $= 160$ $\quad$ 160 دو بار ہے لہذا

$160 > 156.5 > 154.33$ پس ثابت ہوا

حسابی اوسط < وسطانیہ < عادہ

QNo:10

ایک ہوسٹل میں 10 طلباء کی حاضری یہ ہے

21, 15, 16, 18, 14, 17, 15, 12, 13, 11

حاضریوں کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں اگر $D = X - 20$ فرض کریں تو حسابی اوسط بھی معلوم کریں۔

وسطانیہ (Median)

مواد کو ترتیب صعودی میں لکھنے سے

11, 12, 13, 14, 15, 15, 16, 17, 18, 21

$n = 10$ چونکہ تعداد جفت ہے لہذا

وسطانیہ Median $= \frac{1}{2}\left[\text{ویں قدر}\left(\frac{n}{2}\right) + \text{ویں قدر}\left(\frac{n+2}{2}\right)\right]$

$\tilde{X} = \frac{1}{2}\left(\text{ویں قدر}\left(\frac{10}{2}\right) + \text{ویں قدر}\left(\frac{10+2}{2}\right)\right)$

$= \frac{1}{2}(\text{5 ویں قدر + 6 ویں قدر}) = \frac{1}{2}(15+15)$

$= \frac{1}{2}(30) = 15$

(Mode) عادہ $= \hat{X} = 15$ $\quad$ 15 دو بار ہے

حسابی اوسط (A.M) $= \bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$ جبکہ $D = X - 20$

CamScanner

X	11	12	13	14	15	15	16	17	18	21
D=X-20	-9	-8	-7	-6	-5	-5	-4	-3	-2	1

$\Sigma D = -9-8-7-6-5-5-4-3-2+1 = -48$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$

$= 20 - \frac{48}{10} = 20 - 4.8 = 15.2$

QNo: 11

روپے	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
(f)	12	9	18	7	4

50 طلباء کے جیب خرچ کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں
(ii) مختصر طریقہ سے حسابی اوسط معلوم کریں

روپے	(f)	C.F	
5-10	12	12	
10-15	9	21	
15-20	18	39	وسطانیہ
20-25	7	46	کلاس
25-30	4	50	

$l = 15$, $h = 5$, $f = 18$, $n = 50$, $C = 21$

$n = 50$

$\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ obs

$= \left(\frac{50}{2}\right)^{th} = 25^{th}$

lies in 15-20

وسطانیہ median $= \tilde{X} = l + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$

$\tilde{X} = 15 + \frac{5}{18}\left(\frac{50}{2} - 21\right) = 15 + \frac{5}{18}(25-21)$

$= 15 + \frac{5}{18}(4) = 15 + \frac{20}{18} = 15 + 1.11$

$= 16.11$

روپے	(f)	
5-10	12	
10-15	9	
15-20	18	عادہ
20-25	7	کلاس
25-30	4	

عادہ mode $= \hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

$l = 15$, $h = 5$, $f_m = 18$, $f_1 = 9$, $f_2 = 7$

$\hat{X} = 15 + \frac{18-9}{(18-9)+(18-7)} \times 5$

$= 15 + \frac{9}{9+11} \times 5$

$= 15 + \frac{9}{20} \times 5$

$= 15 + \frac{45}{20} = 15 + 2.25$

$= 17.25$

مختصر طریقہ

روپے	(f)	x	D=x-A	fD
5-10	12	7.5	7.5-17.5=-10	-120
10-15	9	12.5	-5	-45
15-20	18	17.5	0	0
20-25	7	22.5	5	35
25-30	4	27.5	10	40

$\Sigma f = 50$ $\Sigma fD = -90$

فرضی اوسط $A = 17.5$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$= 17.5 + \frac{-90}{50}$

$= 17.5 - 1.8$

$\bar{X} = 15.7$

روپے	(f)	x	$u = \frac{x-A}{h}$	fu
5-10	12	7.5	-3/2=-1.5	-18
10-15	9	12.5	2/2=1	9
15-20	18	17.5	7/2=3.5	63
20-25	7	22.5	12/2=6	42
25-30	4	27.5	17/2=8.5	34

$\Sigma f = 50$ $\Sigma fu = 130$

فرضی $A = 10.5$, $h = 2$

کوڈنگ کا طریقہ

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu}{\Sigma f} \times h$

$\bar{X} = 10.5 + \frac{130}{50} \times 2$

$= 10.5 + 5.2$

$= 15.7$

QNo: 12

20 لڑکوں کی اوسط عمر 13 سال 4 ماہ اور 5 دن ہے ان کی عمروں کا مجموعہ معلوم کریں۔ اگر ان میں سے ایک لڑکے کی عمر 15 سال ہو تو باقی لڑکوں کی اوسط عمر کیا ہے؟

$n = 20$

اوسط عمر $= \bar{X} = 13$ سال، 4 ماہ، 5 دن $\quad \Sigma x = ?$

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} \Rightarrow \Sigma x = n \times \bar{X}$

$\Sigma x = 20$ (13 سال، 4 ماہ، 5 دن)

$= 260$ سال، 80 ماہ، 100 دن

$=$ سال 260، 8 ماہ 6 سال، 100 دن 3 ماہ

$=$ سال (260+6)، ماہ (8+3)، 10 دن

$=$ 266 سال، 11 ماہ، 10 دن

(Side calculation: 100 ÷ 30 = 3 remainder 10 → 100 دن = 3 ماہ 10 دن; 80 ÷ 12 = 6 remainder 8 → 80 ماہ = 6 سال 8 ماہ)

ایک لڑکے کی عمر $=$ 15 سال

باقی 19 لڑکوں کی عمروں کا مجموعہ $=$ 266 - 15 سال، 11 ماہ، 10 دن

$=$ 251 سال، 11 ماہ، 10 دن

$n = 19$, $\bar{X} = ?$

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{19} = \frac{251 \text{ سال}, 11 \text{ ماہ}, 10 \text{ دن}}{19}$

$\bar{X} = \frac{251 + \frac{11}{12} + \frac{10}{365}}{19} = \frac{251 + 0.9167 + 0.027}{19}$

$= \frac{251.9437}{19} = 13.2602$ سال

$= 13$ سال $+ 0.2602$ سال

$= 13$ سال $+ (0.2602 \times 12)$ ماہ $= 13$ سال $+ 3.1224$ ماہ

$= 13$ سال $+ 3$ ماہ $+ (0.1224 \times 30)$ دن

$= 13$ سال $+ 3$ ماہ $+ 3.67$ دن

$= 13$ سال، 3 ماہ، 4 دن "تقریباً"

QNo: 13

حسابی اوسط (A.m) معلوم کریں۔

(i) $D = x - 140$, $\Sigma D = 500$, $n = 10$, $\bar{X} = ?$

چونکہ $D = x - A = x - 140 \Rightarrow A = 140$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$

$= 140 + \frac{500}{10} = 140 + 50 = 190$

(ii) $U = \frac{x-130}{6}$, $\Sigma u = -150$, $n = 15$, $\bar{X} = ?$

چونکہ $U = \frac{x-A}{h} = \frac{x-130}{6} \Rightarrow A = 130, h = 6$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma u}{n} \times h$

$= 130 + \frac{-150}{15} \times 6 = 130 + (-10)(6)$

$= 130 - 60 = 70$

(iii) $D = x - 25$, $\Sigma fD = 300$, $\Sigma f = 20$, $\bar{X} = ?$

چونکہ $D = x - A = x - 25 \Rightarrow A = 25$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$= 25 + \frac{300}{20} = 25 + 15 = 40$

(iv) $U = \frac{x-120}{5}$, $\Sigma fu = 60$, $\Sigma f = 100$, $\bar{X} = ?$

چونکہ $u = \frac{x-A}{h} = \frac{x-120}{5} \Rightarrow A = 120, h = 5$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu}{\Sigma f} \times h$

$= 120 + \frac{360}{100} \times 5 = 120 + 3$

$= 123$

CamScanner

QNo:14

حارث	50	55	70	85	90
حاتم	75	60	60	45	53
منال	80	77	66	42	48

زیادہ اوسط رنز والا
3 بچوں نے دوڑیں (Runs) بنائیں 1000 روپے انعام کون حاصل کرے گا؟

حارث کی اوسط $= \bar{X}_1 = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{X}_1 = \frac{50+55+70+85+90}{5}$

$\bar{X}_1 = \frac{350}{5} = 70$

حاتم کی اوسط $= \bar{X}_2 = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{X}_2 = \frac{75+60+60+45+53}{5}$

$\bar{X}_2 = \frac{293}{5} = 58.6$

منال کی اوسط $= \bar{X}_3 = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{X}_3 = \frac{80+77+62+42+48}{5}$

$\bar{X}_3 = \frac{313}{5} = 62.6$

حارث کی اوسط زیادہ ہے لہذا حارث 1000 روپے انعام حاصل کرے گا

QNo:15

D	-6	-4	-2	0	2	4	6
f	1	3	6	20	26	12	2

$D = x-20$ انحراف سے بنے ٹیبل کا حسابی اوسط (A.M) معلوم کریں

D	f	fD
−6	1	−6
−4	3	−12
−2	6	−12
0	20	0
2	26	52
4	12	48
6	2	12

$\Sigma f = 70, \Sigma fD = 82$

چونکہ $D = x - A = x - 20 \Rightarrow A = 20$

$\Sigma fD = 82, \ \Sigma f = 70, \ \bar{X} = ?$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$= 20 + \frac{82}{70} = 20 + 1.17$

$\bar{X} = 21.17$

QNo:16

حفصہ اور فاطمہ نے پروگرام میں پرپوائنٹس لیے
45, 51, 58, 61, 74, 48, 46, 50
اوسط پوائنٹس بذریعہ انحراف $D = x-58$ معلوم کریں

x	D = x − 58
45	45−58 = −13
51	−7
58	0
61	3
74	16
48	−10
46	−12
50	−8

$\Sigma D = -31$

چونکہ $D = x - A$

$D = x - 58 \Rightarrow A = 58$

$\Sigma D = -31, \ n = 8, \ \bar{X} = ?$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$

$= 58 + \frac{-31}{8} = 58 - 3.875$

$\bar{X} = 54.125$

QNo:17

کھانے والی اشیاء کا اوزانی اوسط فی کلوگرام کیا ہے؟

Food item کھانے کی اشیاء	مقدار (کلوگرام) (w)	لاگت فی کلوگرام (x)	wx
Rice چاول	10	96	10×96 = 960
Flour آٹا	12	48	576
Ghee گھی	4	190	760
Sugar چینی	3	49	147
Mutton گوشت	2	650	1300

$\Sigma w = 31 \qquad \Sigma wx = 3743$

$\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{3743}{31}$

$= 120.74$ Per/kg 120.74 فی کلوگرام

QNo:18

مواد کا اوزانی اوسط معلوم کریں

item اشیاء	Quantity مقدار (w)	اشیاء کی لاگت (x)	wx
washing machine واشنگ مشین	5	35	5×35 = 175
Heater ہیٹر	3	5	15
Stove چولہا	2	13	26
Dispenser ڈسپنسر	6	18	108

$\Sigma w = 16 \qquad \Sigma wx = 324$

As $\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{324}{16} = 20.25$

QNo:19

ایک کمپنی اپنے اگلے سال کے مارکیٹنگ بجٹ کی منصوبہ بندی 5 سالوں میں کر رہی ہے۔ سالانہ بجٹ (ملین میں) 5، 7، 8، 6، 7 ہیں۔ اگلے سال کا اوسط بجٹ معلوم کریں۔

سالانہ بجٹ Yearly budget $= 5, 7, 8, 6, 7$; $n = 5, \ \bar{X} = ?$

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{5+7+8+6+7}{5}$

$\bar{X} = \frac{33}{5} = 6.6$ ملین

QNo:20

احمد نے امتحان میں نمبر حاصل کیے
کمپیوٹر - اسلامیات - ریاضی - سائنس - انگلش - اردو
78 65 80 90 85 72
اگر مضامین کے وزن 4، 2، 3، 2، 4، 5 ہوں تو اوزانی اوسط معلوم کریں

Subject مضمون	Marks نمبر (x)	Weight وزن (w)	wx
Urdu اردو	78	5	78×5 = 390
English انگلش	65	4	260
Science سائنس	80	2	160
Maths ریاضی	90	3	270
Islamiyat اسلامیات	85	2	170
Computer کمپیوٹر	72	4	288

$\Sigma w = 20 \qquad \Sigma wx = 1538$

As $\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma x} = \frac{1538}{20} = 76.9$

R-Exercise 12

QNo:3

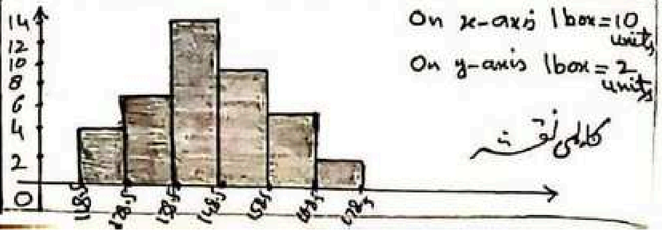
40 طلباء کے اوزان تقریباً (پونڈز میں) ریکارڈ کیے گئے

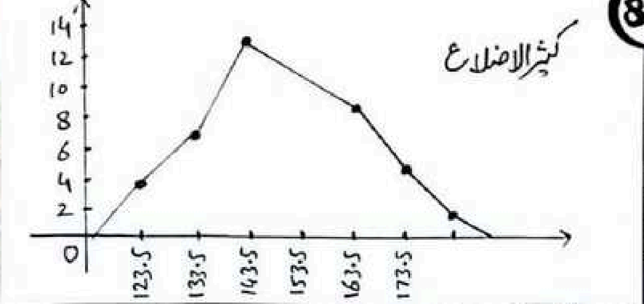
138, 164, 150, 132, 144, 125, 149, 157, 146, 158, 140, 147, 136, 148, 152, 144, 168, 126, 138, 176, 163, 119, 154, 165, 146, 173, 142, 147, 135, 153, 140, 135, 161, 145, 135, 142, 150, 156, 145, 128

(a) جماعتوں کی تعداد 6، سائز 10 لے کر تعددی تقسیم کا جدول بنائیں (b) کالمی نقشہ بنائیں (c) مواد کا تعددی کثیرالاضلاع بھی بنائیں۔

سب سے چھوٹی قدر = 119 , سب سے بڑی قدر = 176 , سائز = 10

Class limits جماعتی حدود	ٹیلی مارک	f	class boundaries حقیقی جماعتی حدود	درمیانی نقطہ x
119 — 128	////	4	118.5 — 128.5	123.5
129 — 138	~~||||~~ //	7	128.5 — 138.5	133.5
139 — 148	~~||||~~ ~~||||~~ ///	13	138.5 — 148.5	143.5
149 — 158	~~||||~~ ////	9	148.5 — 158.5	153.5
159 — 168	~~||||~~	5	158.5 — 168.5	163.5
169 — 178	//	2	168.5 — 178.5	173.5



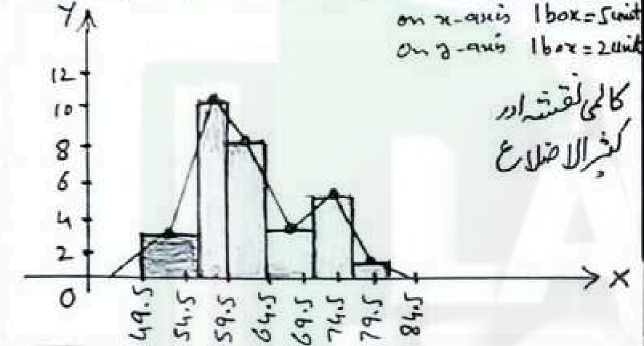


QNo: 4

تعددی تقسیم کے جدول کی مدد سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

وزن weight	(f)	حقیقی جماعتی حدود Class Boundries	Width of class کلاس کا سائز	Adjusted Frequency
50 — 56	25	49.5 — 56.5	56.5−49.5=7	25/7 = 3.6
57 — 59	32	56.5 — 59.5	59.5−56.5 = 3	32/3 = 10.7
60 — 64	40	59.5 — 64.5	64.5−59.5=5	40/5 = 8
65 — 72	30	64.5 — 72.5	72.5−64.5=8	30/8 = 3.8
73 — 75	15	72.5 — 75.5	75.5−72.5=3	15/3 = 5
76 — 80	8	75.5 — 80.5	80.5−75.5=5	8/5 = 1.6

on x-axis 1box = 5unit
On y-axis 1box = 2unit



QNo: 5

45 طلباء نے بائیولوجی کے ماہانہ ٹیسٹ میں نمبر لیے

حاصل کردہ نمبر	20 — 24	25 — 29	30 — 34	35 — 39	40 — 44	45 — 49
طلباء کی تعداد	05	08	12	15	03	02

معلوم کریں
(i) پانچویں جماعتی حد کی بالائی حقیقی حد = پانچویں جماعتی حد 40-44 ہے
اور اس کی بالائی حقیقی جماعتی حد 44.5 ہے۔

(ii) تمام جماعتوں کی حقیقی زیریں حدود
19.5, 24.5, 29.5, 34.5, 39.5, 44.5

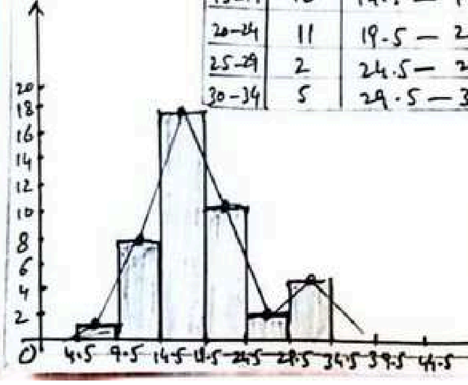
(iii) تمام جماعتوں کا درمیانی نقطہ

	20 — 24,	25 — 29,	30 — 34,	35 — 39,	40 — 44,	45 — 49
درمیانی نقطہ	22	27	32	37	42	47

(iv) سب سے کم تعداد والی جماعت کی حدود = 45 — 49

QNo: 6

جماعتی حدود	(f)	حقیقی جماعتی حدود C.B	درمیانی نقطہ x
5−9	1	4.5 — 9.5	5+9/2 = 7
10−14	8	9.5 — 14.5	12
15−19	18	14.5 — 19.5	17
20−24	11	19.5 — 24.5	22
25−29	2	24.5 — 29.5	27
30−34	5	29.5 — 34.5	32



16/08/25

QNo: 7

اوزانی اوسط معلوم کریں

Item اشیاء	تعداد (w)	لاگت (x)	wx
Chair کرسی	20	500	10,000
Table میز	20	400	8,000
B.Board تختہ سیاہ	10	750	7,500
T.light ٹیوب لائٹ	25	230	5750
cupboard الماری	09	950	8,550
	$\Sigma x = 84$		$\Sigma wx = 39800$

$$\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{39800}{84} = 473.81$$

QNo: 8

ایک سکول کا پرنسپل مختلف شعبوں کے لیے 50,000 روپے کے فنڈ مختص کرتا ہے۔ کرسیاں = 15000 روپے، میز = 12000 روپے بلیک بورڈ = 6000 روپے، تزئین و آرائش = 10,000 روپے باغبانی = 7000 روپے
ہر شعبہ میں فنڈز مختص کرنے کی اوسط معلوم کریں۔

$$\text{ہر شعبہ کی اوسط} = \frac{\text{ٹوٹل فنڈ}}{\text{شعبوں کی تعداد}} \left(\frac{\text{Total fund}}{\text{No of sectors}}\right)$$

$$= \frac{15000 + 12000 + 6000 + 10,000 + 7000}{5}$$

$$= \frac{50,000}{5} = 10,000$$ روپے

QNo: 9

سعد کے 6 ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر 78، 87، 68، 72، 91، 84 تھے۔ نمبروں کا حسابی اوسط معلوم کریں

$\bar{X} = ?$ $n = 6$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{84+91+72+68+87+78}{6}$$

$$= \frac{480}{6} = 80$$

QNo: 10

مختصر طریقہ سے اوسط وزن معلوم کریں

زیادہ سے زیادہ بوجھ max. load	رسیاں (f)	درمیانی نقطہ (x)	D = x − A	fD
93 — 97	2	$\frac{93+97}{2}$ = 95	95−100 = −5	2×−5 = −10
98 — 102	5	100	100 − 100 = 0	0
103 — 107	8	105	105 − 100 = 5	40
108 — 112	12	110	110 − 100 = 10	120
113 — 117	6	115	115 − 100 = 15	90
118 — 122	2	120	120 − 100 = 20	40

$\Sigma f = 35$ $\Sigma fD = 280$

فرض کیا $A = 100$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 100 + \frac{280}{35} = 100 + 8 = 108 \text{ kg}$$

QNo: 11

عثمان نے 8 مرتبہ دو ڈائس پھینکے۔ ہر دفعہ ان کا مجموعہ کو ریکارڈ کر لیا گیا۔ 11، 3، 4، 9، 6، 6، 5، 8۔ ان کے مجموعہ کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

مواد کو ترتیب صعودی (Ascending Order) میں لکھنے سے

3, 4, 5, 6, 6, 8, 9, 11

$n = 8$

چونکہ تعداد جفت (even) ہے لہٰذا

$$\text{وسطانیہ Median} = \tilde{X} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{obs.} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{obs.}\right]$$

$\tilde{X} = \frac{1}{2}\Big[$ ($\frac{8}{2}$) ویں قدر + ($\frac{8+2}{2}$) ویں قدر $\Big]$

$= \frac{1}{2}($ 4 ویں قدر + 5 ویں قدر $) = \frac{1}{2}(6+6)$

$= \frac{1}{2}(12) = 6$

عادہ (Mode) = 6 — 6 دو بار آرہا ہے

QNo: 12

اجرت	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100
ملازمین	3	5	7	21	11

حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

Wages اجرت	ملازمین (f)	m.point درمیانی نقطہ (X)	fx
600 − 700	3	$\frac{600+700}{2} = 650$	$3\times650 = 1950$
700 − 800	5	750	3750
800 − 900	7	850	5950
900 − 1000	21	950	19950
1000 − 1100	11	1050	11550

$\Sigma f = 47$ $\Sigma fx = 43150$

حسابی اوسط (A.M) $= \bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{43150}{47} = 918.09$

Wages اجرت	ملازمین (f)	C.F	
600 − 700	3	3	
700 − 800	5	8	
800 − 900	7	15	
900 − 1000	21	36	وسطانیہ کلاس
1000 − 1100	11	47	

$(\frac{n}{2})^{th}$ obs.

$= (\frac{47}{2})^{th}$ obs.

$= 23.5^{th}$ obs. lies in (900 − 1000)

وسطانیہ Median $= \tilde{X} = l + \frac{h}{f}(\frac{n}{2} - c)$

$l = 900$, $h = 100$, $f = 21$, $n = 47$, $c = 15$

$\tilde{X} = 900 + \frac{100}{21}(\frac{47}{2} - 15)$

$= 900 + \frac{100}{21}(23.5 - 15)$

$= 900 + \frac{100}{21}(8.5) = 900 + \frac{850}{21}$

$= 900 + 40.48 = 940.48$

Wages اجرت	ملازمین (f)	
600 − 700	3	
700 − 800	5	
800 − 900	7	
900 − 1000	21	عادہ کلاس
1000 − 1100	11	

$l = 900$, $f_m = 21$, $f_1 = 7$, $f_2 = 11$, $h = 100$

عادہ Mode $= \hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

$\hat{X} = 900 + \frac{(21-7)}{(21-7)+(21-11)} \times 100$

$= 900 + \frac{14}{14+10} \times 100$

$= 900 + \frac{14}{24} \times 100 = 900 + \frac{1400}{24}$

$= 900 + 58.33 = 958.33$

Arithmetic Mean حسابی اوسط

i) $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} =$ مدات کا مجموعہ / مدات کی تعداد (Direct Method)

ii) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$ جبکہ $D = x - A$; A فرضی اوسط — Short Method مختصر طریقہ

iii) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma u}{n} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$ — کوڈنگ طریقہ (coding)

iv) $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ (گروپڈ مواد grouped) Direct Method

v) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$ جبکہ $D = x - A$ (Short Method) مختصر طریقہ

vi) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu}{\Sigma f} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$ — کوڈنگ طریقہ

vii) $\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$ (weighted mean) وزنی حسابی اوسط

Median وسطانیہ

i) $\tilde{X} = (\frac{n+1}{2})^{th}$ obs. — جب تعداد طاق (odd) ہو ($\frac{n+1}{2}$) ویں قدر

ii) $\tilde{X} = \frac{1}{2}\Big[$ ($\frac{n}{2}$) ویں قدر + ($\frac{n+2}{2}$) ویں قدر $\Big]$ — جفت تعداد (even)

iii) $\tilde{X} = l + \frac{h}{f}(\frac{n}{2} - c)$ — مجموعی تعدادات میں ($\frac{n}{2}$) ویں قدر والی کلاس معلوم کرکے فارمولا لگاتے ہیں

$l =$ وسطانیہ گروہ کی حقیقی زیریں حد ; $h =$ جماعتی وقفے کی جسامت/سائز

$f =$ وسطانیہ گروہ کا تعدد ; $c =$ وسطانیہ گروہ سے پہلے مجموعی تعداد

$n =$ مجموعی تعدد

Mode عادہ

کسی بھی مواد میں سب سے زیادہ بار آنے والی مد عادہ کہلاتی ہے

عادہ (mode) $= l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

$l =$ عادہ گروہ کی حقیقی زیریں حد ; $h =$ جماعتی وقفے کی جسامت/سائز

$f_m =$ عادہ گروہ کا تعدد ; $f_1 =$ عادہ گروہ سے پہلے والے گروہ کا تعدد

$f_2 =$ عادہ گروہ کے بعد والے گروہ کا تعدد

CS CamScanner