Unit 7 (All Exercises)

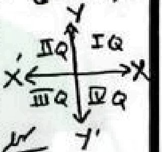
Exercise 7.1

QNo: 1 نقطہ $P(x, y)$ کے مستوی میں مقام کی وضاحت کریں

Describe location in the plane

i) $x > 0$ (Right half plane) دائیں آدھی مستوی

y-ایکسز کے دائیں طرف x کی قیمتیں +ve ہوتی ہیں



ii) $x > 0$ and $y > 0$ (IQ) پہلا ربع

پہلے ربع میں x اور y دونوں +ve ہوتے ہیں۔

iii) $x = 0$ (y-axis) y-محور پر x ہمیشہ صفر ہوتا ہے

iv) $y = 0$ (x-axis) x-محور پر y کی قیمتیں ہمیشہ صفر ہوتی ہیں

v) $x > 0$ and $y \leq 0$ (IVQ) چوتھا ربع

چوتھے ربع میں x کی قیمت +ve اور y کی قیمت -ve ہوتی ہے

vi) $y = 0, x = 0$ (Origin) مبداء پر x اور y کی قیمتیں صفر ہوتی ہیں۔

vii) $x = y$ یہ پہلے اور تیسرے ربع کا ناصف خط ہوتا ہے

line which bisect IQ & IIIQ

viii) $x \geq 3$ خط $x=3$ پر دائیں طرف واقع نقاط کا سیٹ

Set of points lying on and right side of line $x=3$

ix) $y > 0$ x-محور کے اوپر واقع نقاط کا سیٹ

The set of points lying above x-axis

x) x & y have opposite signs x اور y کی مخالف علامتیں

دوسرے اور چوتھے ربع میں نقاط کا سیٹ

The set of points in IIQ & IVQ

QNo: 2 نقاط کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں

Find distance b/w points.

i) $A(6,7)$, $B(0,-2)$

$x_1 = 6 \quad x_2 = 0$

$y_1 = 7 \quad y_2 = -2$

$|AB| =$ درمیانی فاصلہ $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-6)^2 + (-2-7)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-9)^2}$

$= \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 13}$

$= 3\sqrt{13}$

ii) $C(-5,-2)$, $D(3,2)$

$x_1 = -5 \quad x_2 = 3$

$y_1 = -2 \quad y_2 = 2$

$|CD| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(3-(-5))^2 + (2-(-2))^2}$

$= \sqrt{(3+5)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(8)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$

iii) $L(0,3)$, $M(-2,-4)$

$x_1 = 0, y_1 = 3 \quad x_2 = -2, y_2 = -4$

$|LM| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-0)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$

iv) $P(-8,-7)$, $Q(0,0)$

$x_1 = -8, y_1 = -7 \quad x_2 = 0, y_2 = 0$

$|PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(0+8)^2 + (0+7)^2} = \sqrt{(8)^2 + (7)^2}$

$= \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113}$

QNo: 3 درمیانی فاصلہ اور درمیانی نقطہ معلوم کریں

Find distance b/w two points & Mid point

a) $A(3,1)$, $B(-2,-4)$

$x_1 = 3, y_1 = 1 \quad x_2 = -2, y_2 = -4$

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-3)^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$

$= 5\sqrt{2}$

CamScanner

M.Point $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
درمیانی نقطہ

$= \left(\frac{3-2}{2}, \frac{1-4}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

b) $A(-8,3)$, $B(2,-1)$

$x_1=-8, y_1=3$ $\quad x_2=2, y_2=-1$

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(2+8)^2+(-1-3)^2} = \sqrt{(10)^2+(-4)^2}$

$= \sqrt{100+16} = \sqrt{116} = \sqrt{4\times 29} = 2\sqrt{29}$

M.Point $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
درمیانی نقطہ

$= \left(\frac{-8+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = \left(-\frac{6}{2}, \frac{2}{2}\right)$

$= (-3, 1)$

c) $A(-\sqrt{5}, -\frac{1}{3})$, $B(-3\sqrt{5}, 5)$

$x_1=-\sqrt{5}, y_1=-\frac{1}{3}$ $\quad x_2=-3\sqrt{5}, y_2=5$

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(-3\sqrt{5}+\sqrt{5})^2+(5+\frac{1}{3})^2}$

$= \sqrt{(-2\sqrt{5})^2+\left(\frac{15+1}{3}\right)^2} = \sqrt{4(5)+\left(\frac{16}{3}\right)^2}$

$= \sqrt{20+\frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{180+256}{9}} = \sqrt{\frac{436}{9}}$

$= \sqrt{\frac{4\times 109}{9}} = \frac{2\sqrt{109}}{3}$

M.Point $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
درمیانی نقطہ

$= \left(\frac{-\sqrt{5}-3\sqrt{5}}{2}, \frac{-\frac{1}{3}+5}{2}\right)$

$= \left(-\frac{4\sqrt{5}}{2}, \frac{\frac{-1+15}{3}}{2}\right)$

$= \left(-2\sqrt{5}, \frac{14}{3(2)}\right) = \left(-2\sqrt{5}, \frac{7}{3}\right)$

QNo:4 مبدا (origin) سے فاصلہ کا پوائنٹ ہے

i) $A(\sqrt{176}, 7)$, $O(0,0)$

$x_1=\sqrt{176}, y_1=7$ $\quad x_2=0, y_2=0$

$|AO| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-\sqrt{176})^2+(0-7)^2} = \sqrt{(-\sqrt{176})^2+(-7)^2}$

$= \sqrt{176+49} = \sqrt{225} = 15$

یہ پوائنٹ 15 پوائنٹ کے فاصلہ پر ہے۔

ii) $A(10,-10)$, $O(0,0)$

$x_1=10, y_1=-10$ $\quad x_2=0, y_2=0$

$|AO| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-10)^2+(0+10)^2} = \sqrt{(-10)^2+(10)^2}$

$= \sqrt{100+100} = \sqrt{200} = \sqrt{100\times 2} = 10\sqrt{2}$

یہ 15 پوائنٹ کے فاصلہ پر نہیں ہے۔

iii) $A(1,15)$, $O(0,0)$

$x_1=1, y_1=15$ $\quad x_2=0, y_2=0$

$|AO| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-1)^2+(0-15)^2} = \sqrt{(-1)^2+(-15)^2}$

$= \sqrt{1+225} = \sqrt{226}$

یہ پوائنٹ 15 پوائنٹ کے فاصلہ پر نہیں ہے

QNo:5 ثابت کریں $A(0,2)$، $B(\sqrt{3},1)$ اور $C(0,-2)$ قائمہ زاویہ مثلث کے کونے (vertices) ہیں

(i) حل

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(0,2), B(\sqrt{3},1)$; $x_1=0, y_1=2$, $x_2=\sqrt{3}, y_2=1$

$= \sqrt{(\sqrt{3}-0)^2+(1-2)^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

$|BC| = \sqrt{(0-\sqrt{3})^2+(-2-1)^2}$ $\quad B(\sqrt{3},1), C(0,-2)$; $x_1=\sqrt{3}, y_1=1$, $x_2=0, y_2=-2$

$= \sqrt{(-\sqrt{3})^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$

$|AC| = \sqrt{(0-0)^2+(-2-2)^2}$ $\quad A(0,2), C(0,-2)$; $x_1=0, y_1=2$, $x_2=0, y_2=-2$

$= \sqrt{(0)^2+(-4)^2} = \sqrt{0+16}$

$= \sqrt{16} = 4$

$|AC|^2 = |AB|^2+|BC|^2$

$(4)^2 = (2)^2+(2\sqrt{3})^2$

$16 = 4+4(3) = 4+12$

$16 = 16$

پس ثابت ہوا یہ قائمہ زاویہ مثلث کے کونے ہیں

(ii) ثابت کریں $A(3,1)$، $B(-2,-3)$، $C(2,2)$ مساوی الساقین مثلث کے کونے (vertices) ہیں

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(3,1), B(-2,-3)$; $x_1=3, y_1=1$, $x_2=-2, y_2=-3$

$= \sqrt{(-2-3)^2+(-3-1)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2+(-4)^2} = \sqrt{25+16}$

$= \sqrt{41}$

$|BC| = \sqrt{(2+2)^2+(2+3)^2}$ $\quad B(-2,-3), C(2,2)$; $x_1=-2, y_1=-3$, $x_2=2, y_2=2$

$= \sqrt{(4)^2+(5)^2} = \sqrt{16+25}$

$= \sqrt{41}$

$|AC| = \sqrt{(2-3)^2+(2-1)^2}$ $\quad A(3,1), C(2,2)$; $x_1=3, y_1=1$, $x_2=2, y_2=2$

$= \sqrt{(-1)^2+(1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$|AB| = |BC|$

پس ثابت ہوا کہ یہ مساوی الساقین مثلث کے کونے ہیں

(iii) ثابت کریں $A(5,2)$، $B(-2,3)$، $C(-3,-4)$ اور $D(4,-5)$ ایک متوازی الاضلاع کے کونے ہیں۔

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(5,2), B(-2,3)$; $x_1=5, y_1=2$, $x_2=-2, y_2=3$

$= \sqrt{(-2-5)^2+(3-2)^2}$

CamScanner

$|AB| = \sqrt{(-7)^2 + (1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ B(−2,3), C(−3,−4); $x_1=-2$, $x_2=-3$, $y_1=3$, $y_2=-4$

$= \sqrt{(-3+2)^2 + (-4-3)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$

$|CD| = \sqrt{(4+3)^2 + (-5+4)^2}$ C(−3,−4), D(4,−5); $x_1=-3$, $x_2=4$, $y_1=-4$, $y_2=-5$

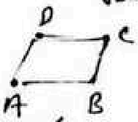
$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

$|AD| = \sqrt{(4-5)^2 + (-5-2)^2}$ A(5,2), D(4,−5); $x_1=5$, $x_2=4$, $y_1=2$, $y_2=-5$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$



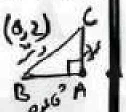
$|AB| = |CD|$ & $|BC| = |AD|$

آمنے سامنے کے اضلاع برابر ہیں لہذا یہ کونے متوازی الاضلاع کے کونے ہیں۔

QNo:6

نقاط A(√3,−1)، B(0,2) اور C(h,−2) قائمۃ الزاویہ مثلث کے کونے ہیں جبکہ A زاویہ قائمہ ہے۔ h کی قیمت معلوم کریں۔

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ A(√3,−1), B(0,2); $x_1=\sqrt{3}$, $y_1=-1$, $x_2=0$, $y_2=2$



$= \sqrt{(0-\sqrt{3})^2 + (2+1)^2}$

$= \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{3+9} = \sqrt{12}$

$|BC| = \sqrt{(h-0)^2 + (-2-2)^2}$ B(0,2), C(h,−2); $x_1=0$, $x_2=h$, $y_1=2$, $y_2=-2$

$= \sqrt{(h)^2 + (-4)^2} = \sqrt{h^2+16}$

$|AC| = \sqrt{(h-\sqrt{3})^2 + (-2+1)^2}$ A(√3,−1), C(h,−2); $x_1=\sqrt{3}$, $x_2=h$, $y_1=-1$, $y_2=-2$

$= \sqrt{h^2 + (\sqrt{3})^2 - 2h\sqrt{3} + (-1)^2}$

$= \sqrt{h^2+3-2h\sqrt{3}+1} = \sqrt{h^2+4-2h\sqrt{3}}$

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

$(\sqrt{h^2+16})^2 = (\sqrt{h^2+4-2h\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{12})^2$

$h^2+16 = h^2+4-2h\sqrt{3}+12$

$h^2 - h^2 + 2h\sqrt{3} + 16 - 4 - 12 = 0$

$2h\sqrt{3} = 0$

$h\sqrt{3} = \frac{0}{2} = 0$

$h = \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$

$\boxed{h=0}$

QNo:7

h معلوم کریں جبکہ B(3,2)، A(−1,h) اور C(7,3) ہم خط ہیں (collinear)

Sol

چونکہ تینوں نقاط ہم خط ہیں تو نقطہ B نقاط A اور C کا درمیانی نقطہ (M.Point) ہوگا۔ لہذا

$B(3,2) = \text{M.Point}(A \,\&\, C)$ A(−1,h), C(7,3); $x_1=-1$, $x_2=7$, $y_1=h$, $y_2=3$

$B(3,2) \overset{M.P}{=} \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(3,2) = \left(\frac{-1+7}{2}, \frac{h+3}{2}\right)$

$(3,2) = \left(\frac{6}{2}, \frac{h+3}{2}\right) = \left(3, \frac{h+3}{2}\right)$

موازنہ کرنے سے

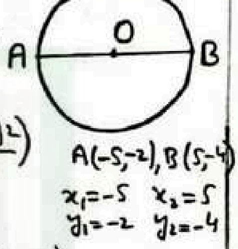
$2 = \frac{h+3}{2}$

$h+3 = 4 \Rightarrow h = 4-3 \Rightarrow \boxed{h=1}$

QNo:8

نقاط A(−5,−2) اور B(5,−4) دائرہ کے قطر (diameter) کے سرے ہیں۔ دائرہ کا مرکز اور رداس معلوم کریں۔

$\overline{AB}$ دائرہ کا قطر ہے اور نقطہ O دائرہ کا مرکز ہے $\overline{AO}$ اور $\overline{BO}$ دائرہ کے رداس ہیں



$\text{M.Point} = O\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ درمیانی نقطہ A(−5,−2), B(5,−4); $x_1=-5$, $x_2=5$, $y_1=-2$, $y_2=-4$

$= O\left(\frac{-5+5}{2}, \frac{-2-4}{2}\right)$

$= O\left(\frac{0}{2}, -\frac{6}{2}\right) = O(0,-3)$

$\text{رداس} = |AO| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ A(−5,−2), O(0,−3); $x_1=-5$, $x_2=0$, $y_1=-2$, $y_2=-3$

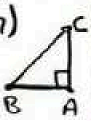
$= \sqrt{(0+5)^2 + (-3+2)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

QNo:9

نقاط A(h,1)، B(2,7)، C(−6,−7) قائمہ زاویہ مثلث کے راس ہیں جس میں A قائمہ زاویہ ہے h معلوم کریں

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ A(h,1), B(2,7); $x_1=h$, $x_2=2$, $y_1=1$, $y_2=7$



$= \sqrt{(2-h)^2 + (7-1)^2}$

$= \sqrt{4+h^2-4h+36} = \sqrt{h^2-4h+40}$

$|BC| = \sqrt{(-6-2)^2 + (-7-7)^2}$ B(2,7), C(−6,−7); $x_1=2$, $x_2=-6$, $y_1=7$, $y_2=-7$

$= \sqrt{(-8)^2 + (-14)^2}$

$= \sqrt{64+196} = \sqrt{260}$

$|AC| = \sqrt{(-6-h)^2 + (-7-1)^2}$ A(h,1), C(−6,−7); $x_1=h$, $x_2=-6$, $y_1=1$, $y_2=-7$

$= \sqrt{36+h^2+12h+64}$

$= \sqrt{h^2+12h+100}$

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

$(\sqrt{260})^2 = (\sqrt{h^2-4h+40})^2 + (\sqrt{h^2+12h+100})^2$

$260 = h^2-4h+40+h^2+12h+100$

CamScanner

$260 = 2h^2 + 8h + 140$

$2h^2 + 8h + 140 - 260 = 0$

$2h^2 + 8h - 120 = 0 \Rightarrow h^2 + 4h - 60 = 0$

$h^2 + 10h - 6h - 60 = 0$

$h(h+10) - 6(h+10) = 0$

$(h+10)(h-6) = 0$

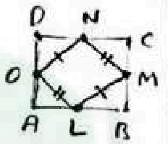
$h + 10 = 0$ or $h - 6 = 0$

$h = -10$ or $h = 6$

QNo: 10

نقاط $C(-3,-7), B(-7,7), A(9,3)$ اور $D(5,-5)$ چوکور کے راس ہیں اس کے اضلاع کے وسطی نقاط معلوم کریں۔ ثابت کریں وسطی نقاط کو ملانے سے جو شکل بنتی ہے وہ متوازی الاضلاع ہے۔

Sol



M.Point of AB $= L\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ — AB کا وسطی نقطہ

$A(9,3)$, $B(-7,7)$

$= L\left(\frac{9-7}{2}, \frac{3+7}{2}\right)$

$= L\left(\frac{2}{2}, \frac{10}{2}\right) = L(1,5)$

M.Point of BC $= M\left(\frac{-7-3}{2}, \frac{7-7}{2}\right)$ — BC کا وسطی نقطہ

$B(-7,7)$, $C(-3,-7)$

$= M\left(\frac{-10}{2}, \frac{0}{2}\right)$

$= M(-5,0)$

M.Point of CD $= N\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{-7-5}{2}\right)$ — CD کا وسطی نقطہ

$C(-3,-7)$, $D(5,-5)$

$= N\left(\frac{2}{2}, \frac{-12}{2}\right) = N(1,-6)$

M.Point of DA $= O\left(\frac{5+9}{2}, \frac{-5+3}{2}\right)$ — DA کا وسطی نقطہ

$D(5,-5)$, $A(9,3)$

$= O\left(\frac{14}{2}, \frac{-2}{2}\right)$

$= O(7,-1)$

$|LM| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ — $L(1,5), M(-5,0)$: $x_1=1, x_2=-5, y_1=5, y_2=0$

$= \sqrt{(-5-1)^2 + (0-5)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$

$|MN| = \sqrt{(1+5)^2 + (-6-0)^2}$ — $M(-5,0), N(1,-6)$: $x_1=-5, x_2=1, y_1=0, y_2=-6$

$= \sqrt{(6)^2 + (-6)^2} = \sqrt{36+36}$

$= \sqrt{72}$

$|NO| = \sqrt{(7-1)^2 + (-1+6)^2}$ — $N(1,-6), O(7,-1)$: $x_1=1, x_2=7, y_1=-6, y_2=-1$

$= \sqrt{(6)^2 + (5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$

$|OL| = \sqrt{(1-7)^2 + (5+1)^2}$ — $O(7,-1), L(1,5)$: $x_1=7, x_2=1, y_1=-1, y_2=5$

$= \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} = \sqrt{36+36}$

$= \sqrt{72}$

$|LM| = |NO|$ & $|MN| = |OL|$ آمنے سامنے کے اضلاع کی لمبائیاں برابر ہیں لہٰذا وسطی نقاط کو ملانے سے متوازی الاضلاع بنتی ہے۔

Exercise 7-2

QNo: 1

دیے گئے نقاط سے بننے والے خط کی ڈھلوان اور جھکاؤ معلوم کریں (Find slope & inclination)

i) $(-2,4); (5,11)$

$x_1=-2, y_1=4 \quad x_2=5, y_2=11$

Slope $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (ڈھلوان)

$m = \frac{11-4}{5+2} = \frac{7}{7} = 1$

$\tan\alpha = 1$

$\alpha = \tan^{-1}(1)$

$= 45°$

(ii) $(3,-2); (2,7)$

$x_1=3, y_1=-2 \quad x_2=2, y_2=7$

Slope $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (ڈھلوان)

$m = \frac{7+2}{2-3} = \frac{9}{-1}$

$m = -9$

$\tan\alpha = -9$

$\alpha = \tan^{-1}(-9)$

$= -83.66°$

$= 180 - 83.66$

$= 96.34°$

$= 96° + (0.34 \times 60)'$

$= 96° + 20' = 96°20'$

(iii) $(4,6); (4,8)$

slope $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \frac{8-6}{4-4} = \frac{2}{0} = \infty$

$\tan\alpha = \infty$

$\alpha = \tan^{-1}(\infty) = 90°$

QNo: 2

ڈھلوان کے ذریعے ظاہر کریں کہ یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔ By means of slope show points lie on the same line.

i) $A(-1,-3); B(1,5); C(2,9)$

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر AB کا سلوپ، $\overline{BC}$ کا سلوپ اور CA کا سلوپ برابر برابر ہوں۔

Slope of AB $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (AB کی ڈھلوان) — $A(-1,-3) B(1,5)$: $x_1=-1, x_2=1, y_1=-3, y_2=5$

$m_1 = \frac{5+3}{1+1} = \frac{8}{2} = 4$

Slope of $\overline{BC} = m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — $B(1,5), C(2,9)$: $x_1=1, x_2=2, y_1=5, y_2=9$

$m_2 = \frac{9-5}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$

Slope of $\overline{CA} = m_3 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — $C(2,9), A(-1,-3)$: $x_1=2, x_2=-1, y_1=9, y_2=-3$

$m_3 = \frac{-3-9}{-1-2} = \frac{-12}{-3} = 4$

$m_1 = m_2 = m_3$ پس ثابت ہوا نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

ii) $P(4,-5), Q(7,5), R(10,15)$

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر PQ، QR اور RP کے سلوپ برابر ہوں

Slope of PQ $= m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (PQ کی ڈھلوان) — $P(4,-5), Q(7,5)$: $x_1=4, x_2=7, y_1=-5, y_2=5$

$m_1 = \frac{5+5}{7-4} = \frac{10}{3}$

Slope of QR $= m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (QR کی ڈھلوان) — $Q(7,5), R(10,15)$: $x_1=7, x_2=10, y_1=5, y_2=15$

$m_2 = \frac{15-5}{10-7} = \frac{10}{3}$

Slope of RP $= m_3 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (RP کی ڈھلوان) — $R(10,15), P(4,-5)$

$m_3 = \frac{-5-15}{4-10} = \frac{-20}{-6} = \frac{10}{3}$

$m_1 = m_2 = m_3$ پس ثابت ہوا نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

CamScanner

(iii) L(-4,6), M(3,8), N(10,10)

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر LM، MN اور NL کے سلوپ برابر ہوں

LM کا سلوپ $= m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — L(-4,6), M(3,8); $x_1=-4$, $x_2=3$, $y_1=6$, $y_2=8$

$m_1 = \frac{8-6}{3+4} = \frac{2}{7}$

MN کا سلوپ $= m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — M(3,8), N(10,10)

$m_2 = \frac{10-8}{10-3} = \frac{2}{7}$

NL کا سلوپ $= m_3 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — N(10,10), L(-4,6)

$m_3 = \frac{6-10}{-4-10} = \frac{-4}{-14} = \frac{2}{7}$ $\quad m_1=m_2=m_3$

چونکہ تینوں سلوپ برابر ہیں لہذا یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

(iv) X(a,2b), Y(c,a+b), Z(2c-a, 2a)

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر XY، YZ، ZX کے سلوپ برابر ہوں

XY کا سلوپ $= m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — X(a,2b), Y(c,a+b); $x_1=a$, $x_2=c$, $y_1=2b$, $y_2=a+b$

$m_1 = \frac{a+b-2b}{c-a} = \frac{a-b}{c-a}$

YZ کا سلوپ $= m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — Y(c,a+b), Z(2c-a,2a)

$m_2 = \frac{2a-a-b}{2c-a-c} = \frac{a-b}{c-a}$

ZX کا سلوپ $= m_3 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — Z(2c-a,2a), X(a,2b)

$m_3 = \frac{2b-2a}{a-2c+a} = \frac{2(b-a)}{2a-2c} = \frac{2(b-a)}{2(a-c)}$

$= \frac{-2(a-b)}{-2(c-a)} = \frac{a-b}{c-a}$

$m_1=m_2=m_3$ پس تینوں نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

QNo:3

K معلوم کریں جب A(7,3) اور B(K,-6) کو ملانے والا خط C(-4,5) اور D(-6,4) کو ملانے والا خط (i) متوازی ہوں۔ (ii) عمودی ہوں۔

AB کا سلوپ $= m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — A(7,3), B(K,-6)

$m_1 = \frac{-6-3}{K-7} = \frac{-9}{K-7}$

CD کا سلوپ $= m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — C(-4,5), D(-6,4)

$m_2 = \frac{4-5}{-6+4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

جب متوازی ہوں (Parallel)

$m_1 = m_2$

$\frac{-9}{K-7} = \frac{1}{2}$

$-18 = K-7$

$-18+7 = K$

$K = -11$

جب عمودی ہوں (Perpendicular)

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$\frac{-9}{K-7} \cdot \frac{1}{2} = -1$

$\frac{-9}{2K-14} = -1$

$-9 = -2K+14$

$2K = 14+9$

$2K = 23$

$K = 23/2$

QNo:4

سلوپ کا استعمال کرتے ہوئے ثابت کریں کہ مثلث اپنے راس A(6,1), B(2,7) اور C(-6,-7) کے ساتھ قائمۃ الزاویہ مثلث بناتی ہے۔

AB کا سلوپ $= m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — A(6,1), B(2,7)

$m_1 = \frac{7-1}{2-6} = \frac{6}{-4} = -3/2$

BC کا سلوپ $= m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — B(2,7), C(-6,-7)

$m_2 = \frac{-7-7}{-6-2} = \frac{-14}{-8} = 7/4$

CA کا سلوپ $= m_3 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ — C(-6,-7), A(6,1)

$m_3 = \frac{1+7}{6+6} = \frac{8}{12} = 2/3$

اگر دو سلوپ ایک دوسرے پر عمود ہوں تو ان کا حاصل ضرب -1 ہوتا ہے

$m_1 \times m_3 = -1$

$-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$

$-1 = -1$

پس AB اور CA ایک دوسرے پر عمود ہیں لہذا یہ راس قائمہ زاویہ مثلث بناتے ہیں۔

QNo:5

نقاط کے دو جوڑے دیے گئے ہیں معلوم کریں کہ ان نقاط سے بننے والے دو خطوط (i) متوازی ہیں (ii) عمودی ہیں (iii) کچھ بھی نہیں ہیں۔

a) (1,-2), (2,4) & (4,1), (-8,2)

slope $m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m_1 = \frac{4+2}{2-1} = \frac{6}{1}$

$m_1 = 6$

slope $m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m_2 = \frac{2-1}{-8-4}$

$m_2 = \frac{1}{-12}$

چونکہ $m_1 \neq m_2$ لہذا یہ متوازی نہیں ہیں

اور $m_1 \times m_2 \neq -1$

$6 \times -\frac{1}{12} = -\frac{1}{2}$ لہذا یہ عمودی بھی نہیں ہے

پس یہ کچھ بھی نہیں ہے۔

b) (-3,4), (6,2) & (4,5), (-2,-7)

slope $m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m_1 = \frac{2-4}{6+3} = \frac{-2}{9}$

slope $(m_2) = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m_2 = \frac{-7-5}{-2-4} = \frac{-12}{-6}$

$m_2 = 2$

چونکہ $m_1 \neq m_2$ لہذا یہ متوازی نہیں ہیں۔

اور $m_1 \times m_2 \neq -1$

$-\frac{2}{9} \times 2 = -\frac{4}{9} \neq -1$

لہذا یہ عمودی بھی نہیں ہے۔

پس یہ کچھ بھی نہیں ہے۔

CamScanner

QNo:6 Find equation مساوات معلوم کریں

a) (horizontal) $(7,-9)$ میں سے گزرنے والا افقی خط ہو

افقی خط میں سلوپ '0' ہوتا ہے پوائنٹ $P(7,-9)$

مساوات $(y-y_1)=m(x-x_1)$ | پوائنٹ $P(7,-9)$

$y+9=0(x-7)$

$y+9=0$

افقی خط میں x صفر ہوتا ہے لہٰذا $y=-9$

مساوات $y+9=0$

b) (vertical) $(-5,3)$ میں سے گزرنے والا عمودی خط

عمودی خط میں سلوپ "∞" ہوتا ہے پوائنٹ $P(-5,3)$

مساوات $y-y_1=m(x-x_1)$

$y-3=\infty(x+5)$

$y-3=\frac{1}{0}(x+5)$

$0(y-3)=1(x+5)$

$0=x+5$

$x+5=0$

عمودی خط میں y صفر ہوتا ہے لہٰذا

$x=-5$

$x+5=0$

(c) $A(-6,5)$ سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) 7 ہے

$A(-6,5)$ $m=7$ $x_1=-6$, $y_1=5$

مساوات $(y-y_1)=m(x-x_1)$

$y-5=7(x+6)$

$y-5=7x+42 \Rightarrow 0=7x-y+42+5$

$7x-y+47=0$

(d) $(8,-3)$ سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) 0 ہے

$P(8,-3)$, $m=0$ $x_1=8, y_1=-3$

مساوات $y-y_1=m(x-x_1)$

$y+3=0(x-8)$

$y+3=0$

(e) $(-8,5)$ سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) غیر واضح (undefined) ہو

$P(-8,5)$, $m=\infty$ $x_1=-8, y_1=5$

مساوات $y-y_1=m(x-x_1)$

$y-5=\infty(x+8) \Rightarrow y-5=\frac{1}{0}(x+8)$

$0(y-5)=1(x+8)$

$0=x+8 \Rightarrow x+8=0$

(f) $(-5,-3)$ اور $(9,-1)$ سے گزرنے والا خط

دو نقاط والا فارمولا

$(-5,-3)$, $(9,-1)$ → x_1, y_1, x_2, y_2

$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\frac{y+3}{-1+3}=\frac{x+5}{9+5}$

$\frac{y+3}{2}=\frac{x+5}{14} \Rightarrow 14(y+3)=2(x+5)$

$14y+42=2x+10$

$0=2x-14y+10-42$

$2x-14y-32=0$

$x-7y-16=0$

یا: $y+3=\frac{x+5}{14}\times 2$ → $7y+21=x+5$ → $x-7y+5-21=0$ → $x-7y-16=0$

2 پر تقسیم کرنے سے

(g) y-قاطع -7 اور ڈھلوان -5

y-intercept: -7 & slope $=-5$

y-قاطع میں x کی قیمت '0' ہوتی ہے لہٰذا

پوائنٹ $P(0,-7)$, $m=-5$ $x_1=0, y_1=-7$

مساوات $y-y_1=m(x-x_1)$

$y+7=-5(x-0)$

$y+7=-5x+0 \Rightarrow -5x=y+7$

$5x+y+7=0$

(h) x-قاطع: -3 اور y-قاطع: 4

x-intercept: -3 & y-intercept: 4

x قاطع میں y صفر ہوتا ہے اور y-قاطع میں x صفر ہوتا ہے

پوائنٹس $(-3,0)$ & $(0,4)$ → x_1, y_1, x_2, y_2

دو نقاط والا فارمولا

$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\frac{y-0}{4-0}=\frac{x+3}{0+3} \Rightarrow \frac{y}{4}=\frac{x+3}{3}$

$3y=4(x+3) \Rightarrow 3y=4x+12$

$4x-3y+12=0$

(i) x-intercept: -9, slope $=-4$ — x-قاطع: -9، ڈھلوان: -4

x-قاطع میں y صفر ہوتا ہے لہٰذا پوائنٹ

$P(-9,0)$, $m=-4$ → x_1, y_1

مساوات $y-y_1=m(x-x_1)$

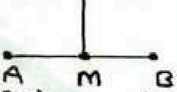
$y-0=-4(x+9)$

$y=-4x-36$

$4x+y+36=0$

QNo:7 نقاط $A(3,5)$ اور $B(9,8)$ کو ملانے والے قطعہ خط کے عمودی ناصف کی مساوات معلوم کریں۔

پہلے $\overline{AB}$ کا درمیانی نقطہ معلوم کرتے ہیں



M. Point of $\overline{AB}=M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ — $\overline{AB}$ کا درمیانی نقطہ; $A(3,5)$ → x_1, y_1; $B(9,8)$ → x_2, y_2

$=M\left(\frac{3+9}{2},\frac{5+8}{2}\right)=M\left(\frac{12}{2},\frac{13}{2}\right)$

$=M\left(6,\frac{13}{2}\right)$

$\overline{AB}$ کا سلوپ معلوم کرنے کے لیے

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-5}{9-3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$\overline{AB}$ کے عمودی ناصف کا سلوپ $=-\frac{2}{1}=-2$

عمودی ناصف کی مساوات $=y-y_1=m(x-x_1)$

$y-\frac{13}{2}=-2(x-6)$ $M\left(6,\frac{13}{2}\right)$ → x_1, y_1

$y-\frac{13}{2}=-2x+12$

2 سے ضرب دینے سے

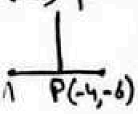
$2y-13=-4x+24$

$4x+2y-13-24=0 \Rightarrow 4x+2y-37=0$

CamScanner

QNo: 8 (-4,-6) سے گزرنے والے خط کی مساوات معلوم کریں جو اس خط پر عمود ہو اور ڈھلوان $-\frac{3}{2}$ ہو۔

پوائنٹ $P(-4,-6)$, x_1, y_1



ڈھلوان (slope) $= -\frac{3}{2}$

عمود پر سلوپ $= m = \frac{2}{3}$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y+6 = \frac{2}{3}(x+4)$

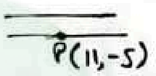
$3(y+6) = 2(x+4) \Rightarrow 3y+18 = 2x+8$

$0 = 2x - 3y + 8 - 18$

$2x - 3y - 10 = 0$

QNo: 9 (11,-5) سے گزرنے والی مساوات معلوم کریں جو اس خط کے متوازی ہو اور ڈھلوان -24 ہو۔

پوائنٹ $= P(11,-5)$ $x_1 = 11$, $y_1 = -5$



ڈھلوان (slope) $= -24$

متوازی خط پر عمود $= m = -24$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y+5 = -24(x-11)$

$y+5 = -24x + 264$

$24x + y + 5 - 264 = 0$

$24x + y - 259 = 0$

QNo: 10 درج ذیل مساوات کو ڈھلوان قاطع شکل slope intercept form، دو قاطع شکل two intercept form اور عام شکل Normal form میں تبدیل کریں۔

a) $2x - 4y + 11 = 0$

ڈھلوان قاطع شکل (slope intercept form) — فارم $y = mx + c$

$2x + 11 = 4y$

$4y = 2x + 11$

$\frac{4y}{4} = \frac{2x}{4} + \frac{11}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{4}$

$m = \frac{1}{2}, c = \frac{11}{4}$

دو قاطع شکل (two intercept form) — فارم $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$2x - 4y + 11 = 0$

$11 = -2x + 4y$

$\frac{11}{11} = \frac{-2x}{11} + \frac{4y}{11}$

$1 = -\frac{2}{11}x + \frac{4}{11}y \Rightarrow -\frac{2x}{11} + \frac{4}{11}y = 1$

$\frac{x}{-\frac{11}{2}} + \frac{y}{\frac{11}{4}} = 1$ $a = -\frac{11}{2}, b = \frac{11}{4}$

عام شکل Normal form

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

Taking magnitude of $2x - 4y + 11 = 0$ $a=2, b=-4, c=11$

$\sqrt{(a)^2 + (b)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16}$

$= \sqrt{20} = \sqrt{4\times5} = 2\sqrt{5}$

$-2x + 4y = 11$ مساوات کو $2\sqrt{5}$ پر تقسیم کرنے سے

$\frac{-2x}{2\sqrt{5}} + \frac{4y}{2\sqrt{5}} = \frac{11}{2\sqrt{5}}$

$-\frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y = \frac{11}{2\sqrt{5}}$

موازنہ کرنے سے

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $p = \frac{11}{2\sqrt{5}}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2/\sqrt{5}}{-1/\sqrt{5}} = -\frac{2}{1} = -2$

$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.43°$

$\alpha = 180° - 63.43° = 116.57°$

Required Normal form مطلوبہ عام شکل

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$x\cos 116.57° + y\sin 116.57° = \frac{11}{2\sqrt{5}}$

b) $4x + 7y - 2 = 0$

ڈھلوان قاطع شکل (slope intercept form) $y = mx + c$

$7y = -4x + 2$

$\frac{7y}{7} = -\frac{4}{7}x + \frac{2}{7} \Rightarrow y = -\frac{4}{7}x + \frac{2}{7}$ $m = -\frac{4}{7}$, $c = \frac{2}{7}$

دو قاطع شکل (two intercept form) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$4x + 7y - 2 = 0$

$4x + 7y = 2$

$\frac{4}{2}x + \frac{7}{2}y = \frac{2}{2} \Rightarrow 2x + \frac{7}{2}y = 1$

$\frac{x}{\frac{1}{2}} + \frac{y}{\frac{2}{7}} = 1$ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{2}{7}$

عام شکل (Normal form) $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

Taking magnitude of $4x + 7y - 2 = 0$ $a=4, b=7$

$\sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (7)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$

$4x + 7y = 2$ مساوات کو $\sqrt{65}$ پر تقسیم کرنے سے

$\frac{4x}{\sqrt{65}} + \frac{7y}{\sqrt{65}} = \frac{2}{\sqrt{65}}$

موازنہ کرنے سے

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$, $\sin\alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}$, $p = \frac{2}{\sqrt{65}}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{7/\sqrt{65}}{4/\sqrt{65}} = \frac{7}{4}$

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{7}{4}) = 60.26°$

Required Normal form مطلوبہ عام شکل

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$x\cos 60.26° + y\sin 60.26° = \frac{2}{\sqrt{65}}$

CamScanner

C) $15y-8x+3=0$

ڈھلوان مقطع شکل (slope intercept form) $y=mx+c$

$15y = 8x-3$

$\frac{15y}{15} = \frac{8x}{15} - \frac{3}{15_5} \Rightarrow y = \frac{8}{15}x - \frac{1}{5}$ $m=\frac{8}{15}$, $c=-\frac{1}{5}$

دو مقطع شکل (two intercept form) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

$15y-8x+3=0$

$3 = 8x-15y$

$\frac{3}{3} = \frac{8}{3}x - \frac{15}{3}y \Rightarrow 1 = \frac{8}{3}x - 5y$

$\frac{8}{3}x - 5y = 1$

$\frac{x}{\frac{3}{8}} + \frac{y}{-\frac{1}{5}} = 1$ $a=\frac{3}{8}, b=-\frac{1}{5}$

عام شکل (Normal form) $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

Taking magnitude of $-8x+15y+3=0$ $a=-8, b=15$

$\sqrt{a^2+b^2}$

$=\sqrt{(-8)^2+(15)^2} = \sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$

$15y-8x+3=0$ 17 پر تقسیم کرنے سے

$8x-15y = 3$

$\frac{8}{17}x - \frac{15}{17}y = \frac{3}{17}$

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$ موازنہ کرنے سے

$\cos\alpha = \frac{8}{17}, \sin\alpha = -\frac{15}{17}, P = \frac{3}{17}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-15/17}{8/17} = -\frac{15}{8}$

$\alpha = \tan^{-1}(-\frac{15}{8}) = -61.93^\circ$

$= 360^\circ - 61.93^\circ = 298.07^\circ$

Required Normal form مطلوبہ عام شکل

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

$x\cos 298.07^\circ + y\sin 298.07^\circ = \frac{3}{17}$

QNo: 11

پڑتال کریں کہ یہ دو لائنیں ایک دوسرے کے (i) متوازی (ii) عموداً (iii) نہ متوازی، نہ عموداً ہیں۔

(a) $2x+y-3=0$; $4x+2y+5=0$

$l_1 = 2x+y-3=0$
$a=2, b=1, c=-3$
$m_1 = -\frac{a}{b}$
$= \frac{-2}{1} = -2$

$l_2 = 4x+2y+5=0$
$a=4, b=2, c=5$
$m_2 = -\frac{a}{b}$
$= -\frac{4}{2} = -2$

$m_1 = m_2$

پس یہ دونوں لائنیں ایک دوسرے کے متوازی ہیں

b) $l_1 \Rightarrow 3y = 2x+5$
$2x-3y+5=0$
$a=2, b=-3, c=5$
$m_1 = -\frac{a}{b}$

$l_2 \Rightarrow 3x+2y-8=0$
$a=3, b=2, c=-8$
$m_2 = -\frac{a}{b}$

$m_1 = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ $m_2 = -\frac{3}{2}$

$m_1 \times m_2 = \frac{2}{3} \times -\frac{3}{2} = -1$

چونکہ دونوں سلوپ کا حاصل ضرب "-1" کے برابر ہے لہٰذا دونوں لائنیں ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

c) $4y+2x-1=0$; $x-2y-7=0$

$2x+4y-1=0$
$a=2, b=4, c=-1$
$m_1 = -\frac{a}{b}$
$= -\frac{2}{4_2} = -\frac{1}{2}$

$a=1, b=-2, c=-7$
$m_2 = -\frac{a}{b}$
$= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

دونوں لائنوں کے سلوپ نہ ایک دوسرے کے برابر ہیں اور نہ ان کا حاصل ضرب "-1" کے برابر ہے لہٰذا یہ لائنیں نہ متوازی ہیں اور نہ عموداً ہیں۔

QNo: 12

(-4,7) سے گزرنے والے خط کی مساوات معلوم کریں جو کہ خط $2x-7y+4=0$ کے متوازی ہو۔

خط (لائن) $= l \Rightarrow 2x-7y+4=0$

$a=2, b=-7, c=4$

سلوپ $= m = -\frac{a}{b} = \frac{-(2)}{-7} = \frac{2}{7}$

پوائنٹ $P(-4,7)$ $x_1=-4, y_1=7$

مساوات $y-y_1 = m(x-x_1)$

$y-7 = \frac{2}{7}(x+4)$

$7(y-7) = 2(x+4) \Rightarrow 7y-49 = 2x+8$

$2x-7y+8+49=0 \Rightarrow 2x-7y+57=0$

QNo: 13

(5,-8) سے گزرنے والے خط کی مساوات معلوم کریں جو A(-15,-8) اور B(10,7) سے بننے والے خط پر عمود ہو۔

خط AB کا سلوپ $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$A(-15,-8)$ $B(10,7)$ — x_1, y_1, x_2, y_2

$m = \frac{7+8}{10+15} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

خط پر عمود کا سلوپ $= m = -\frac{5}{3}$

پوائنٹ $= P(5,-8)$ $x_1=5, y_1=-8$

مساوات $y-y_1 = m(x-x_1)$

$y+8 = -\frac{5}{3}(x-5)$

$3(y+8) = -5(x-5)$

$3y+24 = -5x+25$

$5x+3y+24-25=0$

$5x+3y-1=0$

2nd method

$2x+y-3=0$
$y=-2x+3$
Comparing with $y=mx+c$
$m_1=-2$

$4x+2y+5=0$
$2y = -4x-5$
$\frac{2y}{2} = -\frac{4x}{2} - \frac{5}{2}$
$y = -2x - \frac{5}{2}$
Comparing with $y=mx+c$
$m_2=-2$

$m_1 = m_2$

پس یہ متوازی لائنیں ہیں۔

M.Q 15/06/25

Exercise 7.3

QNo: 1

2 دوستوں کے گھروں کو ایک گرڈ پر محددات (2,6) اور (9,12) کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔ گھروں کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

گھروں کے محددات co-ordinates $= A(2,6),\ B(9,12)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

گھروں کا درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(9-2)^2+(12-6)^2} = \sqrt{(7)^2+(6)^2}$

$= \sqrt{49+36} = \sqrt{85} \approx 9.22\ Km$

QNo: 2

ایک سیدھی پگڈنڈی (straight trail) نقطہ (5,7) سے شروع ہوتی ہے اور نقطہ (15,3) پر ختم ہوتی ہے وسطی نقطہ کے محددات معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط $= A(5,7),\ B(15,3)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

وسطی نقطہ (M. Point) $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{5+15}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{20}{2}, \frac{10}{2}\right) = (10,5)$

QNo: 3

ایک معمار پارک ڈیزائن کر رہا ہے جس میں دو عمارتوں کے محددات (10,8) اور (4,3) گرڈ پر واقع ہیں عمارتوں کے درمیان فاصلہ میٹر میں معلوم کریں

فرض کیا دو نقاط $= A(10,8),\ B(4,3)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(4-10)^2+(3-8)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-5)^2}$

$= \sqrt{36+25} = \sqrt{61} \approx 7.81\ m$

QNo: 4

ڈیلیوری ڈرائیور کو دو ڈیلیوری مقامات کے درمیان فاصلہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے ایک مقام نقشے پر (7,2) اور دوسرا (12,10) پر واقع ہے فاصلہ کلومیٹر میں معلوم کریں

فرض کیا دو نقاط $= A(7,2),\ B(12,10)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(12-7)^2+(10-2)^2} = \sqrt{(5)^2+(8)^2}$

$= \sqrt{25+64} = \sqrt{89} \approx 9.43\ Km$

QNo: 5

ریس ٹریک کے آغاز اور اختتامی نقاط کے محددات (3,9) اور (9,13) ہیں۔ ٹریک کا وسطی نقطہ معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط $= A(3,9),\ B(9,13)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

وسطی نقطہ M. Point $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{3+9}{2}, \frac{9+13}{2}\right) = \left(\frac{12}{2}, \frac{22}{2}\right) = (6,11)$

QNo: 6

سڑک پر دو نقاط A(3,4) اور B(7,10) ہیں۔ وسطی نقطہ کے محددات معلوم کریں۔

دو نقاط $= A(3,4),\ B(7,10)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

وسطی نقطہ M. Point $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{3+7}{2}, \frac{4+10}{2}\right) = \left(\frac{10}{2}, \frac{14}{2}\right) = (5,7)$

QNo: 7

ایک جہاز (12°N, 65°W) پر واقع پورٹ A سے پورٹ B (20°N, 45°W) تک جا رہا ہے۔ اگر جہاز زمین کی سطح پر مختصر ترین راستے پر سفر کرتا ہے۔ نقاط کے درمیان خط مستقیم کا فاصلہ معلوم کریں۔

دو نقاط $= A(12°N, 65°W),\ B(20°N, 45°W)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی فاصلہ $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

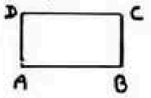
$= \sqrt{(20-12)^2+(45-65)^2} = \sqrt{(8)^2+(-20)^2}$

$= \sqrt{64+400} = \sqrt{464} = \sqrt{16\times 29} = 4\sqrt{29} = 21.5\ units$

QNo: 8

فرض ایک مستطیلی میدان کے گرد باڑ لگا رہی ہے جس کے کونوں کے محددات (0,0)، (0,5)، (8,5) اور (8,0) ہیں کتنی باڑ کی ضرورت ہوگی

فرض کیا محددات $= A(0,0),\ B(0,5),\ C(8,5),\ D(8,0)$



مستطیل میں آمنے سامنے کے اضلاع برابر ہوتے ہیں

$|AB| = |CD|\ \&\ |BC| = |AD|$

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(0,0),\ B(0,5)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

$= \sqrt{(0-0)^2+(5-0)^2} = \sqrt{(0)^2+(5)^2}$

$= \sqrt{0+25} = \sqrt{25} = 5$

$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad B(0,5),\ C(8,5)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

$= \sqrt{(8-0)^2+(5-5)^2} = \sqrt{(8)^2+(0)^2}$

$= \sqrt{64+0} = \sqrt{64} = 8$

مستطیل کا احاطہ $= 2($لمبائی + چوڑائی$) = 2(|AB|+|BC|)$

$= 2(5+8) = 2(13) = 26\ unit$

پس مستطیلی میدان کے گرد 26 یونٹس باڑ کی ضرورت ہوگی۔

QNo: 9

ایک ہوائی جہاز شہر X (40°N, 100°W) سے شہر Y (50°N, 80°W) تک اڑ رہا ہے۔ ان دو شہروں کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

دو نقاط $= X(40°N, 100°W),\ Y(50°N, 80°W)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی فاصلہ $= |XY| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(40-50)^2+(80-100)^2} = \sqrt{(-10)^2+(-20)^2}$

$= \sqrt{100+400} = \sqrt{500} = \sqrt{100\times 5} = 10\sqrt{5} \approx 22.4\ units$

QNo: 10

زمین کا سروے کرنے والا ایک مستطیلی پلاٹ کو نشان زدہ کر رہا ہے جس کے کونوں کے محددات (3,1)، (3,6)، (8,6) اور (8,1) ہیں مستطیلی پلاٹ کا احاطہ معلوم کریں۔

Sol

فرض کیا محددات $= A(3,1),\ B(3,6),\ C(8,6),\ D(8,1)$

مستطیل میں آمنے سامنے کے اضلاع برابر ہوتے ہیں

$|AB| = |CD|\ \&\ |BC| = |AD|$

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(3,1),\ B(3,6)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

$= \sqrt{(3-3)^2+(6-1)^2} = \sqrt{(0)^2+(5)^2}$

$= \sqrt{0+25} = \sqrt{25} = 5$

$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad B(3,6),\ C(8,6)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

$= \sqrt{(8-3)^2+(6-6)^2} = \sqrt{(5)^2+(0)^2}$

$= \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$

مستطیل کا احاطہ Perimeter $= 2($لمبائی + چوڑائی$) = 2(|AB|+|BC|)$

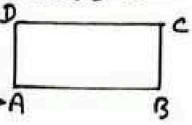
$= 2(5+5) = 2(10) = 20\ units$

CamScanner

QNo: 11 ایک مستطیلی باغ جس کے کونوں کے محددات $A(0,0)$ ، $B(5,0)$ ، $C(5,3)$ اور $D(0,3)$ ہیں۔ اس مستطیلی باغ کے گرد کتنی باڑ لگانے کی ضرورت ہوگی؟

Sol

محددات $= A(0,0), B(5,0)$
$C(5,3), D(0,3)$



مستطیل میں آمنے سامنے کے اضلاع برابر ہوتے ہیں

$|AB| = |CD|$ & $|BC| = |AD|$

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(0,0), B(5,0)$ (x_1, y_1, x_2, y_2)

$= \sqrt{(5-0)^2+(0-0)^2} = \sqrt{(5)^2+(0)^2}$

$= \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$

$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad B(5,0), C(5,3)$ (x_1, y_1, x_2, y_2)

$= \sqrt{(5-5)^2+(3-0)^2} = \sqrt{(0)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{0+9} = \sqrt{9} = 3$

مستطیل کا احاطہ $= 2$ (لمبائی + چوڑائی) $= 2(|AB| + |BC|)$

$= 2(5+3) = 2(8) = 16$ units

پس باغ کے گرد باڑ لگانے کے لیے 16 یونٹس باڑ کی ضرورت ہوگی

R. Exercise 7 اعادہ مشق

QNo: 2 $A(2,3)$ اور $B(7,8)$ کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad A(2,3), B(7,8)$ (x_1, y_1, x_2, y_2)

$= \sqrt{(7-2)^2+(8-3)^2} = \sqrt{(5)^2+(5)^2}$

$= \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \sqrt{25\times2} = 5\sqrt{2}$

QNo: 3 $(4,-2)$ اور $(-6,3)$ کا درمیانی نقطہ معلوم کریں (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی نقطہ (m. point) $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{4-6}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{-2}{2}, \frac{1}{2}\right) = \left(-1, \frac{1}{2}\right)$

QNo: 4 $(1,2)$ اور $(4,6)$ میں سے گزرتے ہوئے خط کا سلوپ معلوم کریں۔

دو نقاط $= (1,2)$ & $(4,6)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

سلوپ $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{6-2}{4-1} = \frac{4}{3}$

QNo: 5 نقاط $(3,7)$ اور $(5,11)$ سے گزرنے والی لائن کو $y = mx+c$ کی شکل میں معلوم کریں۔

دو نقاط $= (3,7)$ & $(5,11)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

مساوات $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x}$ دو نقاط والا فارمولا

$\frac{y-7}{11-7} = \frac{x-3}{5-3} \Rightarrow \frac{y-7}{4} = \frac{x-3}{2}$

$2\times\frac{y-7}{4_2} = x-3 \Rightarrow \frac{y-7}{2} = x-3$

$y-7 = 2x-6 \Rightarrow$

$y = 2x-6+7 \Rightarrow y = 2x+1$

QNo: 6 اگر دو خطوط متوازی ہوں اور ایک خط کی ڈھلوان سلوپ $\frac{2}{3}$ ہو تو دوسرے خط کی ڈھلوان (سلوپ) معلوم کریں۔

Sol

متوازی خطوط میں ایک خط کا سلوپ دوسرے خط کے سلوپ کے برابر ہوتا ہے

چونکہ $m_1 = 2/3$

لہٰذا $m_2 = 2/3$

QNo: 7 ایک ہوائی جہاز کو شہر A پر محددات $(12,5)$ سے شہر B پر محددات $(8,-4)$ تک پرواز کرنے کی ضرورت ہے ان دونوں شہروں کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

Sol

دو نقاط $= A(12,5), B(8,-4)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(8-12)^2+(-4-5)^2} = \sqrt{(-4)^2+(-9)^2}$

$= \sqrt{16+81} = \sqrt{97} \approx 9.85$ units

QNo: 8 دو نقاط $= (2,3)$ & $(10,7)$ درمیانی نقطہ معلوم کریں (x_1, y_1; x_2, y_2)

درمیانی نقطہ $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2+10}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = \left(\frac{12}{2}, \frac{10}{2}\right) = (6,5)$

QNo: 9 محددات $(2,3)$ اور $(10,15)$ ہیں ڈھلوان اور کل فاصلہ معلوم کریں

دو نقاط $= (2,3)$ & $(10,15)$ (x_1, y_1; x_2, y_2)

ڈھلوان (سلوپ) $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{15-3}{10-2} = \frac{12^3}{8_2} = \frac{3}{2}$

کل فاصلہ $= |d| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(10-2)^2+(15-3)^2} = \sqrt{(8)^2+(12)^2} = \sqrt{64+144}$

$= \sqrt{208} = \sqrt{16\times13} = 4\sqrt{13} \approx 14.4$ units

QNo: 10 3- کے ڈھلوان اور 2 کے y-مقطع کے لیے مساوات لکھیں

سلوپ $= m = -3$ $\quad$ y-مقطع (y-intercept) $= 2 \Rightarrow c = 2$

a) ڈھلوان مقطع شکل (slope intercept form) $\Rightarrow y = mx+c$

$y = -3x+2$

b) Point slope form نقطہ $(1,2)$ استعمال کرتے ہوئے نقطہ ڈھلوان شکل

پوائنٹ $= (1,2)$ (x_1, y_1)

$y-y_1 = m(x-x_1)$ نقطہ ڈھلوان شکل

$y-2 = -3(x-1)$ $\quad m = -3$

c) نقاط $(1,2)$ اور $(4,-7)$ کا استعمال کرتے ہوئے دو نقطہ شکل (x_1, y_1; x_2, y_2)

Two point form $\Rightarrow \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\frac{y-2}{7-2} = \frac{x-1}{4-1}$

d) مقطع شکل intercept form $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 1$

مساوات $y = mx+c$; $m=-3, c=2$

$y = -3x+2 \Rightarrow 3x+y = 2 \Rightarrow \frac{3x}{2}+\frac{y}{2} = \frac{2}{2}$

$\frac{x}{\frac{2}{3}}+\frac{y}{2} = 1$

e) سمتی شکل $\frac{x-x_1}{\cos\alpha} = \frac{y-y_1}{\sin\alpha} = r$

$y = mx+c$; $m=-3, c=2 \Rightarrow y = -3x+2 \Rightarrow 3x+y-2 = 0$ (i)

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(3)^2+(1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ $\quad a=3, b=1, c=-2$

$\cos\alpha = \frac{a}{r} = \frac{3}{\sqrt{10}}$; $\sin\alpha = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ $\quad$ put $x=1$ in eq (i)

$3(1)+y-2 = 0 \Rightarrow 3+y-2 = 0 \Rightarrow y = -1$ $\quad$ Point $(1,-1)$ (x_1, y_1)

سمتی شکل $\Rightarrow \frac{x-1}{3/\sqrt{10}} = \frac{y+1}{1/\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

f) عمودی شکل Normal form $\quad x\cos\alpha+y\sin\alpha = p$

$y = -3x+2$

$3x+y = 2$

magnitude $\sqrt{(3)^2+(1)^2} = \sqrt{9+1}$

$\frac{3x}{\sqrt{10}}+\frac{y}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$

$\tan\alpha = -3$

$\alpha = \tan^{-1}(-3)$

$\alpha = -71.56°$

$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, p = \frac{2}{\sqrt{10}}$

$x\cos(-71.56)+y\sin(-71.56) = \frac{2}{\sqrt{10}}$

CamScanner